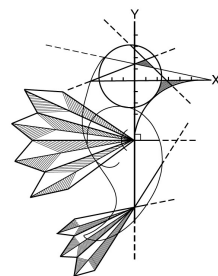


OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ

★ FINAL NACIONAL 2024 ★



NOTA: En las preguntas de la final de la Olimpiada Matemática Colibrí debe explicar todos los pasos de la resolución que usted da a los problemas propuestos. Una respuesta correcta que no venga acompañada de los procesos matemáticos que muestren la resolución del ejercicio, así como un dibujo hecho sin regla, obtendrá cero puntos.

Problema 1

[10 puntos]

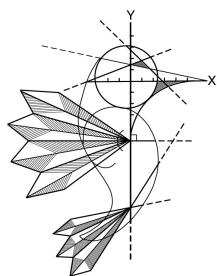
En un supermercado, las frutas se venden por unidad y no por peso. Tomando en cuenta que:

- Dos manzanas y dos bananos cuestan 6500 colones.
- Un banano, una manzana, una mandarina y una piña cuestan 14750 colones.
- Cuatro manzanas cuestan 9000 colones.
- Dos piñas, una mandarina y un banano cuestan 20000 colones.

¿Cuál es el precio unitario de cada fruta?

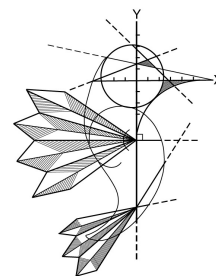
Posible solución problema 1:

1. Si cuatro manzanas cuestan 9000 colones, entonces una manzana cuesta $9000 \div 4 = 2250$ colones.
2. Si dos manzanas y dos bananos cuestan 6500 colones, y, del punto anterior, dos manzanas cuestan $2250 \times 2 = 4500$ colones, entonces dos bananos cuestan: $6500 - 4500 = 2000$ colones. Cada banano entonces cuesta: $2000 \div 2 = 1000$ colones.
3. Si un banano, una manzana, una mandarina y una piña cuestan 14750 colones, entonces restamos el costo que conocemos del banano y la manzana, para obtener lo que cuestan una mandarina y una piña: $14750 - 1000 - 2250 = 11500$ colones.
4. Considerando que dos piñas, una mandarina y un banano cuestan 20000 colones, entonces de igual forma restamos el costo conocido de un banano, para saber cuánto cuestan dos piñas y una mandarina: $20000 - 1000 = 19000$ colones.
5. Si sabemos que una piña y una mandarina cuestan 11500 colones y que, agregando una piña, para comprar dos piñas y una mandarina hay que pagar 19000 colones, entonces podemos restar los dos costos anteriores para obtener el precio de una piña: $19000 - 11500 = 7500$ colones.
6. Ahora, conociendo que una piña y una mandarina cuestan 11500, podemos restar el costo de la piña para saber cuánto cuesta una mandarina: $11500 - 7500 = 4000$ colones.



OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ

★ FINAL NACIONAL 2024 ★



Problema 2

[10 puntos]

Una huerta tiene forma rectangular. Cada área corresponde a una fracción del terreno cultivado: los guayabos abarcan $\frac{3}{8}$, los mangos crecen en 0,25 de la huerta, los aguacates se extienden por 0,125 del sembradío y, finalmente, los naranjos abarcan $\frac{1}{16}$ de la superficie total.

1. ¿Qué fracción de la huerta está sembrada y cuál fracción está aún sin cultivar?
2. ¿Cuál tipo de árbol frutal abarca la mayor área del terreno cultivado?

Posible solución problema 2:

1. Pregunta 1:

Convirtiendo a fracciones:

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{5 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{4}$$

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{5 \times 5 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{8}$$

Ahora sumamos todas las partes sembradas para obtener el total sembrado:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{6+4+2+1}{16} = \frac{13}{16}$$

Y la parte no sembrada es el resto:

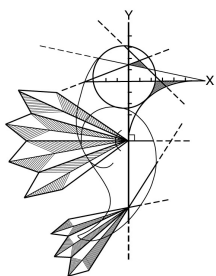
$$1 - \frac{13}{16} = \frac{16-13}{16} = \frac{3}{16}$$

Entonces $\frac{13}{16}$ de la huerta está sembrada y $\frac{3}{16}$ están sin cultivar.

2. De la pregunta 1, al convertir las fracciones al mismo denominador, conocemos que:

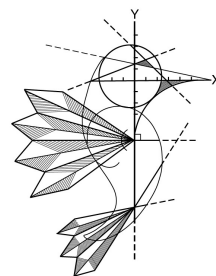
- $\frac{6}{16}$ son guayabos.
- $\frac{4}{16}$ son mangos.
- $\frac{2}{16}$ son aguacates.
- $\frac{1}{16}$ son naranjos.

Al ser fracciones homogéneas, la comparación de las fracciones es más fácil pues se puede tomar en cuenta únicamente el numerador. Por lo tanto, los guayabos abarcan la mayor área del terreno cultivado.



OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ

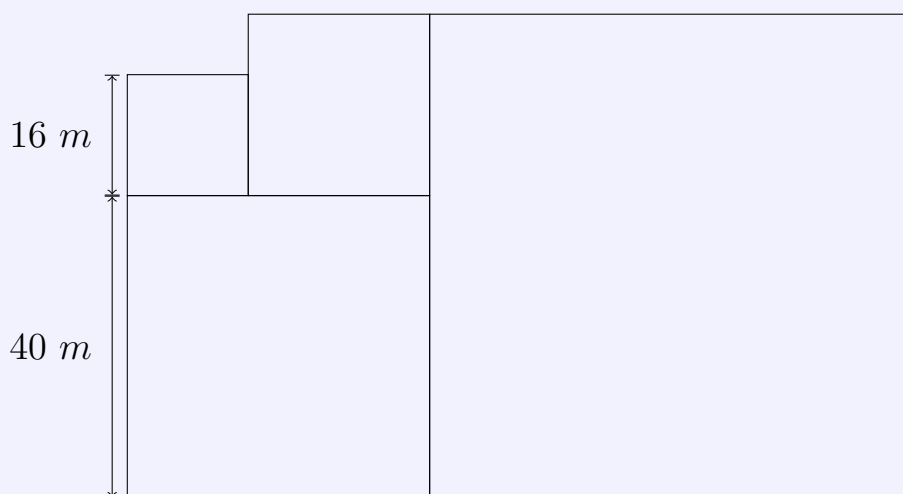
★ FINAL NACIONAL 2024 ★



Problema 3

[10 puntos]

De acuerdo con la siguiente figura:

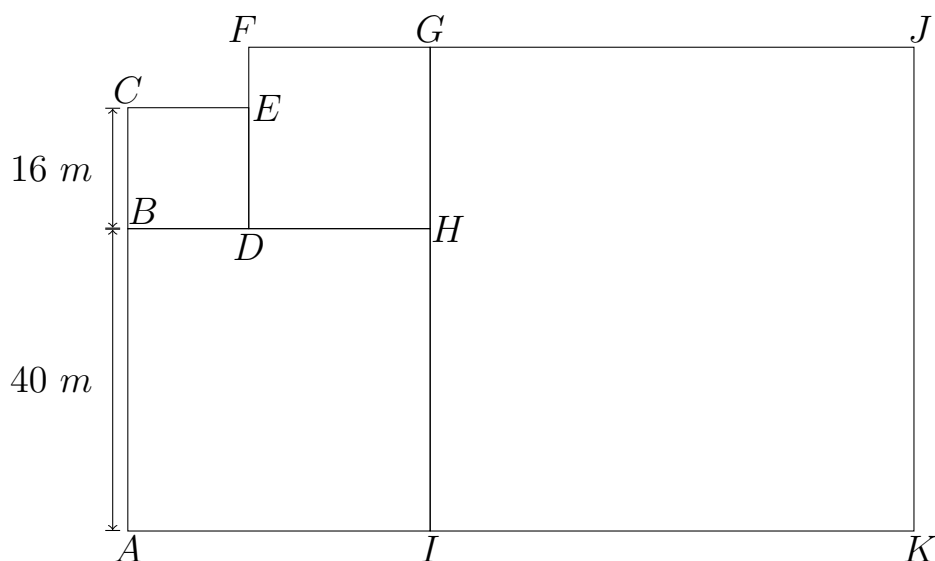


Considerando que está formada por cuatro cuadrados, responda:

1. ¿Cuánto mide el perímetro de la figura?
2. ¿Cuánto mide el área de la figura?

Posible solución problema 3:

Para empezar a resolver este ejercicio, se le dará nombre a los vértices de la figura como se muestra a continuación.



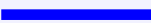
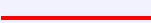
Considerando estos vértices, las medidas dadas y que la figura está formada por cuatro cuadrados, se puede obtener las medidas de los segmentos y áreas para obtener el perímetro y el área total de la figura:

1. Los segmentos BH , HI y AI miden 40 m , ya que son los lados del cuadrado $ABHI$. De lo anterior se sabe que el área de este cuadrado se obtiene multiplicando $40\text{ m} \times 40\text{ m} = 1600\text{ m}^2$.
2. Los segmentos BD , DE y EC miden 16 m , ya que son los lados del cuadrado $BDEC$. De lo anterior se sabe que el área de este cuadrado se obtiene multiplicando $16\text{ m} \times 16\text{ m} = 256\text{ m}^2$.
3. Podemos obtener la medida del segmento DH al restar los segmentos BH y BD : $DH = 40\text{ m} - 16\text{ m} = 24\text{ m}$. Por lo tanto, los segmentos DF , FG y GH tienen una medida de 24 m , ya que forman parte del cuadrado $FDHG$.
4. De lo anterior, se puede obtener el área del cuadrado $FDHG$: $24\text{ m} \times 24\text{ m} = 576\text{ m}^2$.
5. Con los datos obtenidos hasta este momento se podrá obtener la medida del segmento GI , sumando las medidas de los segmentos GH y HI : $GI = 24\text{ m} + 40\text{ m} = 64\text{ m}$. Por lo tanto, los segmentos GJ , JK y KI tienen una medida de 64 m , ya que forman parte del cuadrado $GIKJ$.

6. De lo anterior, se puede obtener el área del cuadrado $GIKJ$: $64m \times 64m = 4096m^2$.
7. Para poder calcular el perímetro de la figura necesitamos la medida del segmento EF que corresponde a $DF - DE = 24m - 16m = 8m$.
8. Se puede obtener el perímetro de la figura sumando la medida de los segmentos AB , BC , CE , EF , FG , GJ , JK , KI y IA , que son $40m$, $16m$, $16m$, $8m$, $24m$, $64m$, $64m$, $64m$ y $40m$, respectivamente. Todas las medidas obtenidas en los puntos anteriores. Por lo tanto, el perímetro mide $336m$.
9. Para obtener el área total de la figura debemos sumar las áreas obtenidas de los cuadrados $ABHI$, $BDEC$, $FDHG$ y $GIKJ$, que son $1600m^2$, $256m^2$, $576m^2$ y $4096m^2$, respectivamente. El resultado es $6528m^2$. Por lo que el área total de la figura mide $6528m^2$.

Problema 4

[10 puntos]

Utilice su geoplano para construir los tres polígonos que usted llamará A , B y C . Escriba su respuesta con el uso de los siguientes tres tipos de líneas: gruesa , discontinua  y continua . Usted decide qué tipo de línea le asigna a cada uno de los polígonos. Un dibujo sin el código indicado para distinguir los polígonos tendrá cero puntos. Considere las siguientes características que distinguen los polígonos mencionados anteriormente.

Polígono A :

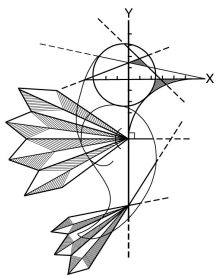
1. Es un cuadrilátero no paralelogramo.
2. No tiene lados horizontales ni verticales.
3. Su área es de $8 u^2$.
4. Tiene un par de lados paralelos.
5. Uno de sus vértices pertenece al lado horizontal del polígono B .

Polígono B :

1. Es un hexágono irregular.
2. Tiene exactamente un lado horizontal y dos lados verticales.
3. Tiene exactamente dos puntos en común con el cuadrilátero A .
4. Su área es de $21,5 u^2$.
5. Tiene exactamente cuatro puntos en común con el polígono C .

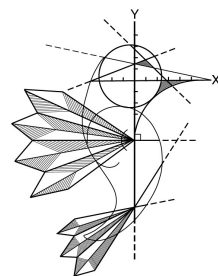
Polígono C :

1. Uno de sus vértices pertenece a un lado vertical del polígono B .
2. Uno de sus vértices pertenece al lado horizontal del polígono B .
3. Tiene exactamente seis puntos en común con el polígono A .
4. Es de tres lados.
5. Su área es de $8,5 u^2$.

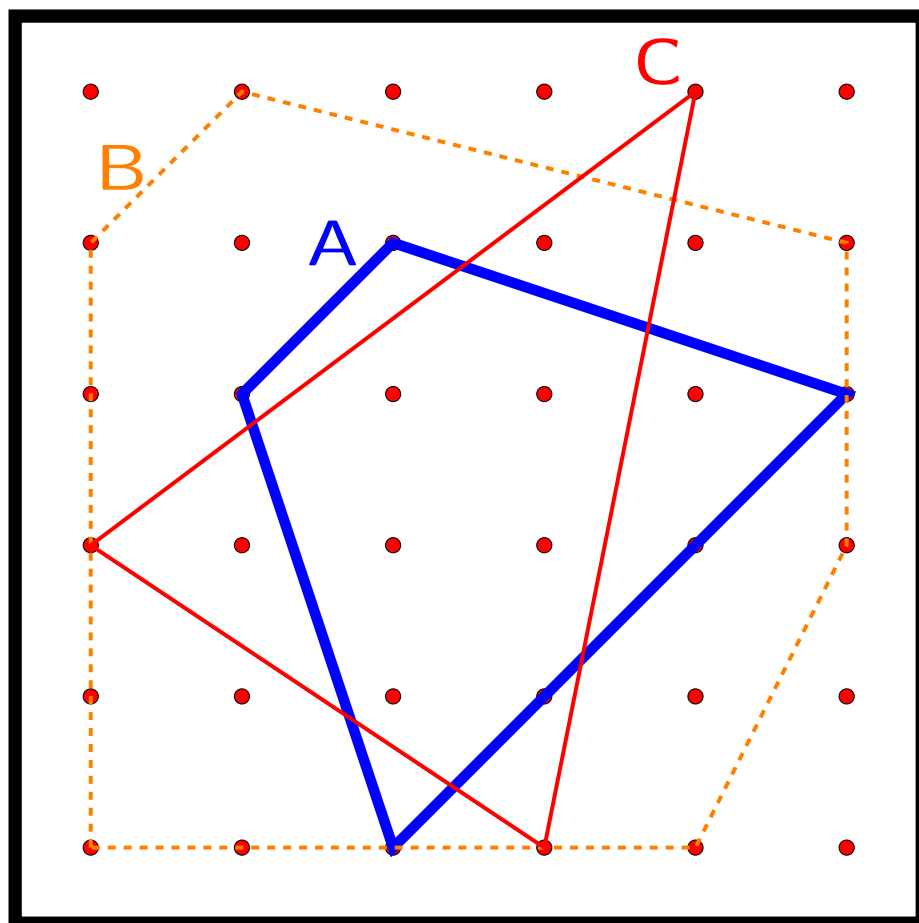


OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ

★ FINAL NACIONAL 2024 ★



Posible solución problema 4:

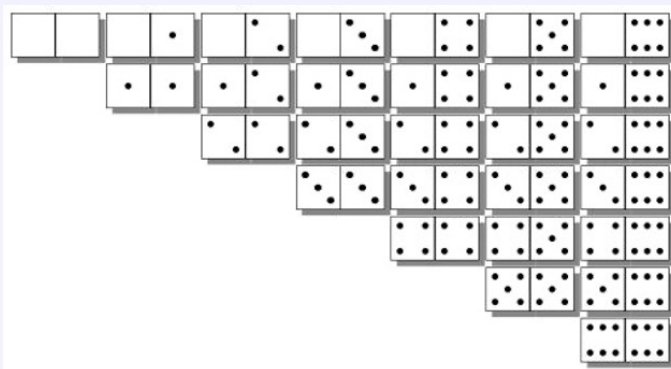


Se asignan 10 puntos si cumple 15 condiciones y se rebaja un punto por cada condición que no cumple. Si cumple 5 condiciones o menos, obtiene 0 puntos.

Problema 5

[10 puntos]

El dominó es un juego de mesa que emplea fichas rectangulares. En cada ficha, una de sus caras está dividida en dos cuadrados y cada uno de estos cuadrados está numerado normalmente mediante disposiciones de puntos como los dados convencionales. Los cuadrados que no tienen ningún punto representan el número natural cero. En la siguiente figura se muestran las piezas de este juego.



Para contestar las siguientes preguntas, considere que:

- Todas las piezas del dominó se colocan en una bolsa de color negro y no se logra ver absolutamente nada de su interior.
- A la persona que extrae la pieza se le coloca una venda en los ojos antes de extraerla.
- Luego de ser leída la pieza, se vuelve a depositar en la bolsa.
- Las respuestas a las preguntas se deben dar en fracciones simplificadas al máximo.

Al sacar una pieza del dominó, ¿cuál es la probabilidad de que:

1. la suma de los números representados en la pieza sea un número primo?
2. la pieza tenga el mismo número en ambos cuadrados?
3. la suma de los números representados sea inferior a ocho?
4. la multiplicación de los números representados sea un número impar?
5. la diferencia de los dos números representados sea menor que 5?

Posible solución problema 5:

Para poder calcular las probabilidades, primero debemos contar el total de pieza del dominó. Son 28 piezas.

A continuación las respuestas a cada una de las preguntas, siguiendo la misma numeración.

1. La suma de números representados en la pieza puede ser como mínimo 0 y máximo 12. Los números primeros entre 0 y 12 son 2, 3, 5, 7 y 11. Al contar, hay 11 piezas en las que la suma obtenida es alguno de estos números. Estas son las que contienen los valores 0|2, 0|3, 0|5, 1|1, 1|2, 1|4, 1|6, 2|3, 2|5, 3|4 y 5|6.

Entonces la probabilidad es $\frac{11}{28}$.

2. Hay siete piezas que tienen el mismo número en ambos cuadrados, una para cada número desde el 0 hasta el 6.

Entonces la probabilidad es $\frac{7}{28} = \frac{1 \times 7}{4 \times 7} = \frac{1}{4}$.

3. Las piezas cuya suma de números representados es menor a 8 son: todas las que contienen 0 o 1 (13 piezas) y las siguientes 2|2, 2|3, 2|4, 2|5, 3|3 y 3|4. Para un total de 19 piezas.

Entonces la probabilidad es $\frac{19}{28}$.

4. Para que la multiplicación sea un número impar, ambos números deben ser impares. Las piezas que cumplen esto son 1|1, 1|3, 1|5, 3|3, 3|5 y 5|5. Para un total de 6 piezas.

Entonces la probabilidad es $\frac{6}{28} = \frac{2 \times 3}{2 \times 2 \times 7} = \frac{3}{14}$.

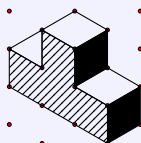
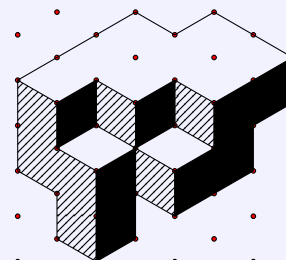
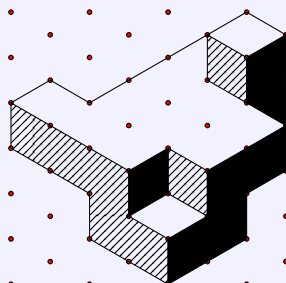
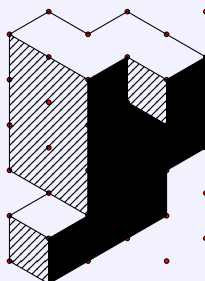
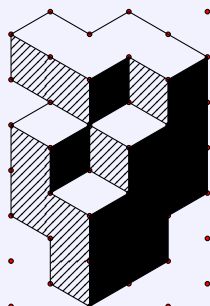
5. Solamente en las piezas que contienen 0|5, 0|6 y 1|6 la diferencia no es menor que 5. Por lo tanto, las otras 25 piezas cumplen con la condición solicitada.

Entonces la probabilidad es $\frac{25}{28}$.

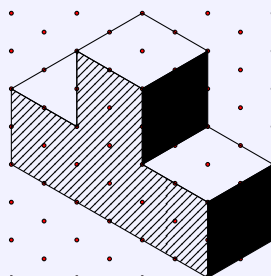
Problema 6

[10 puntos]

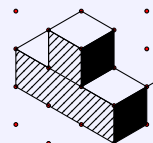
Danilo construyó un cuerpo sólido empleando las piezas dos, tres, cinco, seis y siete del Soma. Se muestran a continuación cuatro vistas isométricas distintas de este cuerpo. Construya usted este cuerpo sólido usando su Soma, y, luego, en la hoja de puntos, dibuje una vista a escala natural o sin ampliar y esa misma vista dibújela ampliada. No puede usar ninguna de las vistas dadas como ejemplo. Debe usar el mismo código de color, superficies blancas, rayadas y negras, como en las figuras que aparecen en esta página, con el mismo patrón dado. Considere los errores señalados. Un punto menos por cada error cometido.



Pieza tres sin ampliar y
sin errores.



Pieza tres ampliada y sin errores.



Pieza tres sin ampliar y
con errores.

Solución problema 6:

