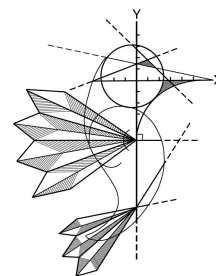


OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ



★ PRUEBA DE REPECHAJE 2022 ★

Solución por Álvaro Elizondo Montoya

INSTRUCCIONES GENERALES: Esta prueba solo tiene una parte que consiste en 20 preguntas de selección única. Solamente se tomarán en cuenta las respuestas que usted envíe en el formulario que se le facilitará.

SELECCIÓN ÚNICA:

Resuelva los siguientes ejercicios:

[puntuación máxima: 20 puntos]

Problema 1

La bandera de Canadá consiste en dos franjas rojas idénticas, una franja blanca que es tan ancha como el doble del ancho de una de las franjas rojas y una hoja de maple en el centro de la franja blanca. El área que ocupa la hoja de maple es un cuarto del área de la franja blanca. ¿Cuál es la razón del área roja respecto al área blanca de la bandera?

a) 2 : 1

b) 3 : 2

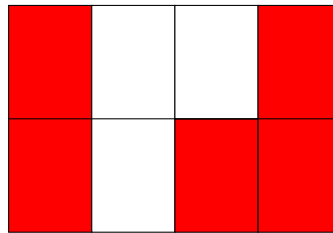
c) 5 : 4

d) 5 : 3



Solución:

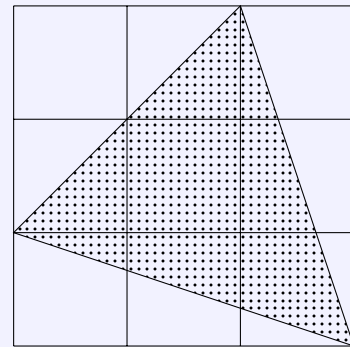
Podemos representar las condiciones del ejercicio de la siguiente forma:



Se observa entonces que la razón del color rojo respecto al blanco es como 5 : 3.

Problema 2

Considere la siguiente imagen, en ella se muestra un triángulo inscrito en una cuadrícula, el área de toda la cuadrícula es 9.



¿cuál es el área del triángulo?

a) 3.5

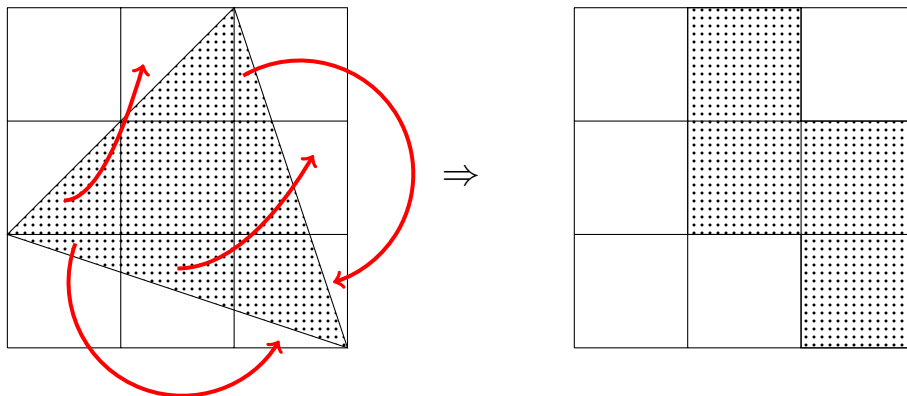
b) 4

c) 4.5

d) 5

Solución:

Es posible mover y reconfigurar el triángulo en otra figura de igual área, de esta forma:



Resulta evidente que el área es 4.

Problema 3

¿Cuál es el 50 % de $\frac{1}{50}$?

a)

b) 1.00

c) 0.25

d) 0.04

Solución:

Calcular el 50 % de una cantidad es equivalente a calcular su mitad, así que basta resolver: $\frac{1}{50} \div 2$, veamos:

$$\frac{1}{50} \div 2 = \frac{1}{50} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

Problema 4

Franco tiene las siguientes tripletas (grupos de tres):

$(1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9), (10, 11, 12), \dots$

Si se sigue la secuencia, la suma de los tres números que aparecen en la vigésima quinta tripleta corresponde a

a)

b) 213

c) 231

d) 240

Solución:

Analicemos el término del centro de cada tripleta, el triple de este corresponde a la suma de los valores de la tripleta. Basta hallar entonces el vigésimo quinto término central y triplicar este valor. Veamos la serie de términos centrales, estos son: 2, 5, 8, 11, ..., estos valores van de 3 en 3, el segundo es igual al primero más 1 vez tres, el tercero es igual al primero más 2 veces tres, el cuarto es igual al primero más 3 veces tres... siguiendo esta secuencia, el vigésimo quinto será igual al primero más 24 veces tres, es decir: $2 + 24 \times 3$, esto nos da 74, que si lo triplicamos obtenemos: 222

Problema 5

¿Cuántos triángulos de áreas distintas pueden construirse en un geoplano de 3×3 clavos?

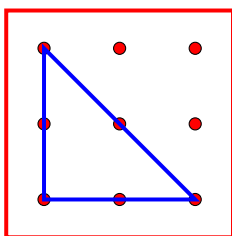
a) 1

b) 2

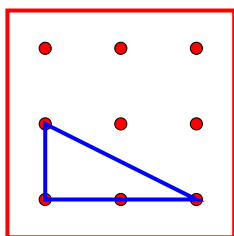
c) 3

d)

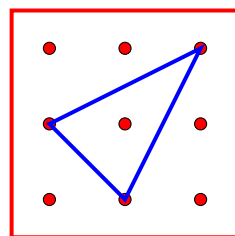
Solución:



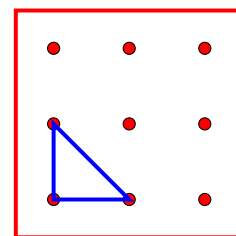
Área= 2



Área= 1



Área= 1.5



Área= 0.5

Problema 6

Roberto construyó un cuadrado cuyos lados miden 12 cm . Luego Elvira inscribió un círculo en ese cuadrado. ¿Cuál es el área aproximada en centímetros cuadrados del círculo que Elvira construyó?

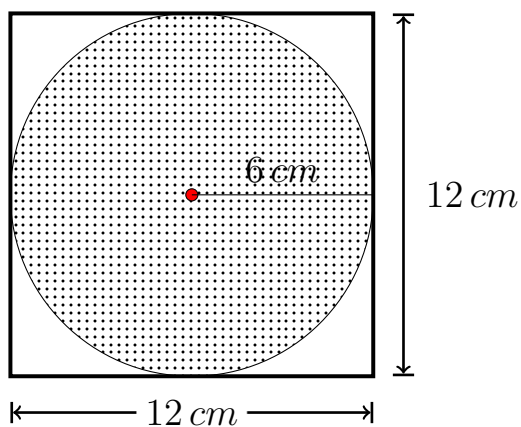
a) 24.62

b)

c) 38.09

d) 75.65

Solución:



$$\begin{aligned}
 A &= \pi \times r \times r \\
 &= \pi \times 6\text{ cm} \times 6\text{ cm} \\
 &\approx 3.14 \times 36\text{ cm}^2 \\
 &= 113.04\text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Problema 7

Un mes en particular tiene 5 jueves, si el primer día y el último día del mes no son jueves, ¿cuál es el primer día del mes?

a) martes

b) **miércoles**

c) viernes

d) sábado

Solución:

Entre dos jueves consecutivos hay 6 días, como son 5 jueves los que tiene este mes en particular, quiere decir que hay 4×6 días entre los días jueves, y si contamos los 5 jueves, en total habrían 29 días desde el primer jueves hasta el último, pero como ni el primer ni último día pueden ser jueves, entonces agreguemos 2 días más, uno al inicio y otro al final, de tal manera que el mes tenga 31 días, que inicie un miércoles y finalice un viernes. El calendario del mes se vería como este:

Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
		1	②	3	4	5
6	7	8	⑨	10	11	12
13	14	15	①⑥	17	18	19
20	21	22	②③	24	25	26
27	28	29	③⑩	31		

Problema 8

Si a , b y c son números enteros positivos tales que $a + b + c = a \times b \times c$, entonces el menor valor de la expresión $a + b \times c$ corresponde a

a) **5**

b) 6

c) 7

d) 8

Solución:

Una rápida inspección nos permite darnos cuenta que los números que satisfacen la igualdad son 1, 2 y 3. El menor valor que alcanza la expresión $a + b \times c$ sería $3 + 2 \times 1$, es decir 5.

Problema 9

¿Qué fracción de una hora transcurre entre la 1:55 a.m. de hoy y las 2:19 a.m. de hoy?

a) $\frac{4}{5}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{5}$

Solución:

Desde la 1:55 am hasta las 2:19 am han pasado 24 minutos, lo que equivale a $\frac{24}{60}$ horas, es decir transcurren $\frac{2}{5}$ de hora.

Problema 10

Un cubo se ha formado con 125 cubitos más pequeños, posteriormente se pintan las caras del cubo grande. ¿Cuántos de los cubos pequeños terminan con dos de sus caras pintadas?

a) 12

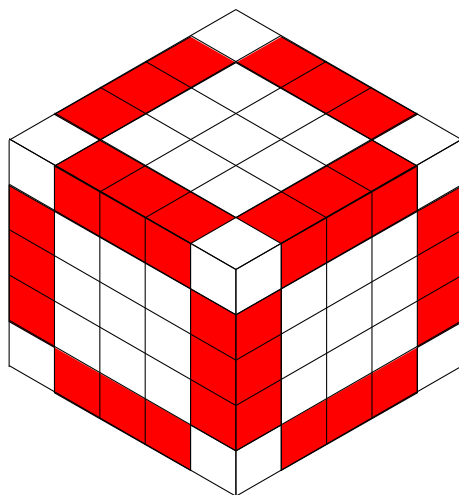
b) 16

c) 24

d) $\frac{36}{1}$

Solución:

El cubo grande tiene 12 aristas, en cada una de ellas se pintan tres cubitos que quedan con únicamente dos caras pintadas, luego la cantidad de cubitos con dos caras pintadas son 12×3 , es decir 36 cubitos.



Problema 11

Si n corresponde a un entero positivo tal que el número $\frac{1}{n}$ es mayor a $\frac{8}{143}$ pero menor que $\frac{6}{97}$. Entonces el valor de n corresponde a

- a) 11 b) 13 c) 19 d) 17

Solución: Nótese que:

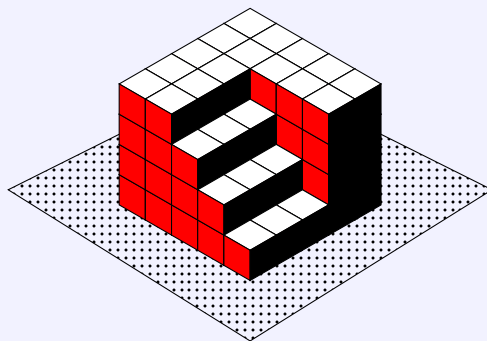
$$\frac{6}{97} = \frac{\frac{6}{6}}{\frac{97}{6}} = \frac{1}{\frac{97}{6}} \approx \frac{1}{16.17}$$

$$\frac{8}{143} = \frac{\frac{8}{8}}{\frac{143}{8}} = \frac{1}{\frac{143}{8}} \approx \frac{1}{17.875}$$

Luego, n debe ser un número entero entre 16.17 y 17.875, este valor solo puede ser $n = 17$

Problema 12

Valentina, está jugando con múltiples cubitos, todos ellos iguales, con ellos forma una escalera tal como la que se muestra:



¿Cuántos cubitos utilizó?

- a) 76 b) 82 c) 79 d) 85

Solución:

Basta calcular: $5 \times 5 \times 4 - (1 + 2 + 3) \times 3$, es decir $100 - 6 \times 3$, o bien $100 - 18$, por ello la cantidad de cubitos es de 82.

Problema 13

La rapidez del gato Paco es tres veces mayor que la velocidad del ratón Pancho. Sabemos que la rapidez del ratón Pancho es 2 metros por segundo y que él está situado a una distancia de 12 metros del gato. ¿En cuántos segundos logrará Paco atrapar a Pancho?

a) 2

b) ☒ 3

c) 4

d) 6

Solución:

Método 1

Como la velocidad del gato es tres veces mayor que la del ratón y la del ratón es de $2 \frac{m}{s}$, entonces la velocidad del gato es $6 \frac{m}{s}$, hay una diferencia de velocidades de $4 \frac{m}{s}$, como la distancia que los separa es de $12 m$, esta distancia puede ser reducida a 0 en cuestión de $\frac{12}{4}$ segundos, es decir, en 3 segundos.

Método 2

Llenemos la tabla:

Tiempo [s]	0	1	2	3
Posición del Gato [m]	0	6	12	18
Posición del Ratón [m]	12	14	16	18

Problema 14

Miguel Ángel hizo rodar una rueda de $2 m$ de diámetro a lo largo de una distancia de $100 m$. ¿Cuál es, aproximadamente, el número de vueltas que esa rueda dio?

a) 8

b) 32

c) ☒ 16

d) 50

Solución:

El perímetro de la rueda es $C = d \times \pi \approx 2 m \times 3.14 = 6.28 m$, luego, el número de vueltas es aproximadamente de $n \approx \frac{100 m}{6.28 m} \approx 15.92 \approx 16$

Problema 15

¿Cuál es el área del triángulo de mayor área que puede construirse en un geoplano de 9×11 clavos?

a)

b) $48.5 u^2$

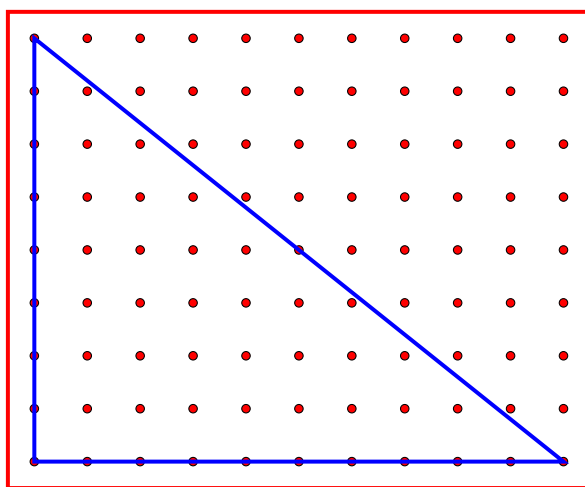
c) $45 u^2$

d) $42.5 u^2$

Solución:

Podemos calcular el área simplemente haciendo: $\frac{(9-1) \times (11-1)}{2}$, es decir $\frac{8 \times 10}{2}$, o sea $40 u^2$. Recuerda que la distancia entre clavos en posición vertical u horizontal siempre es uno menos que el número de clavos.

Aquí puedes ver la imagen de la situación para que puedas constatar lo que se menciona.



Problema 16

Suponga que hay un reloj común de doce horas y que en este momento muestra las 10 : 45 a.m. ¿Qué hora indicará este reloj dentro de 100 horas más?

a)

b) 12 : 45 p.m.

c) 10 : 45 p.m.

d) 4 : 45 p.m.

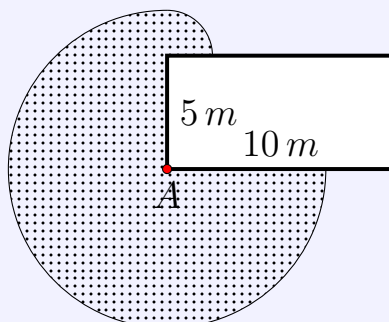
Solución:

Como $100 = 4 \times 24 + 4$, entonces solo se deben sumar 4 horas a las 10 : 45 am, por ello serían las 2 : 45 p.m.

Problema 17

Una vaca es atada en la esquina A de un granero rectangular de $5\text{ m} \times 10\text{ m}$ que se encuentra en medio de un gran pastizal.

¿Cuál es el área en la que puede pastar la vaca si se sabe que la cuerda mide 7 m ? Use $\pi \approx \frac{22}{7}$.



Vista superior de la región en la que puede pastar la vaca y del granero.

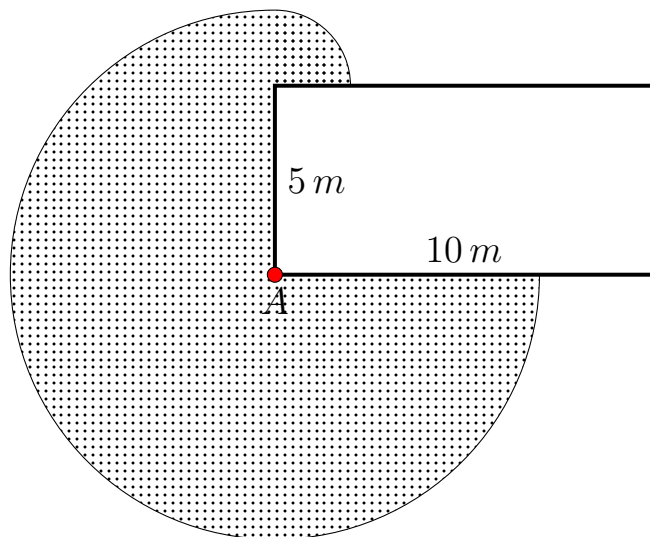
a) $160\frac{2}{7}\text{ m}^2$

b) $80\frac{1}{7}\text{ m}^2$

c) $118\frac{9}{14}\text{ m}^2$

d) $121\frac{11}{14}\text{ m}^2$

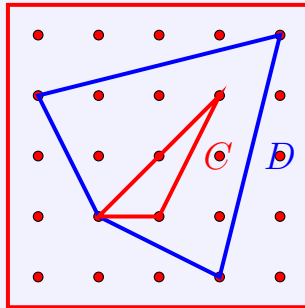
Solución:



$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\pi \times 2 \times 2}{4} + \frac{3}{4} \times \pi \times 7 \times 7 \\
 &= \pi + \frac{3}{4} \times \pi \times 7 \times 7 \\
 &\approx \frac{22}{7} + \frac{3}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= \frac{22}{7} + \frac{3 \times 11 \times 7}{2} \\
 &= \frac{22}{7} + \frac{231}{2} \\
 &= \frac{22 \times 2}{7 \times 2} + \frac{231 \times 7}{2 \times 7} \\
 &= \frac{44}{14} + \frac{1617}{14} \\
 &= \frac{1661}{14} \\
 &= 118\frac{9}{14}
 \end{aligned}$$

Problema 18

Considere la siguiente figura.



Jimena formó el triángulo C y el cuadrilátero D en un geoplano de 5 por 5 clavos. ¿Cuántos puntos comunes tienen los polígonos en mención?

- a) Infinitos b) Cuatro c) d) Ninguno

Solución:

Como se puede observar de las figuras, solo comparten un punto en común, donde “chocan las ligas”.

Problema 19

Hay tres bombillas intermitentes. Una se enciende cada 4 segundos, la otra cada 15 segundos y la tercera cada 6 segundos. Si las tres bombillas se encienden simultáneamente a las 8 a.m. ¿A qué hora las tres bombillas volverán a encenderse al mismo tiempo?

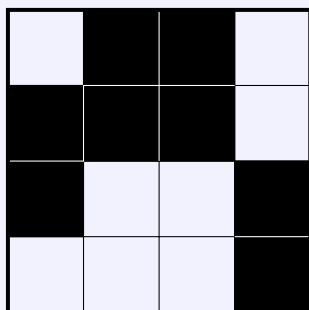
- a) 8 am y 15 segundos c) 8 am y 45 segundos
b) 8 am y 30 segundos d)

Solución:

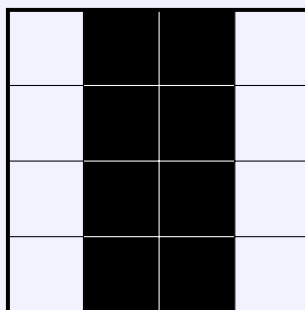
Dado que el mínimo común múltiplo de 4, 15 y 6, es 60, eso quiere decir que cada 60 segundos las bombillas se vuelven a encender a la vez, por ello se encenderán a las 8 am y 1 minuto.

Problema 20

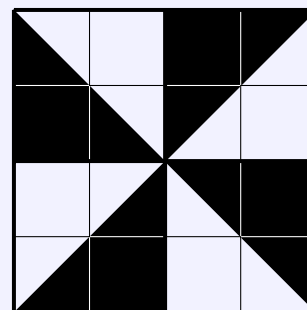
Efraín, Flor y Gustavo dibujaron estas tres figuras que nombraron E , F y G .



E



F



G

Todos ellos empezaron dibujando un cuadrado cuyo lado mide 8 cm sobre una cuadrícula, y dentro de cada cuadrado, pintaron de color negro algunas partes. ¿En cuál figura se usó más pintura negra?

- a) Igual en todas.
- b) En la figura G .
- c) En la figura F .
- d) En la figura E .

Solución:

En cada una de las figuras se pintó un equivalente a la mitad de la figura, por ello en todas se usó igual cantidad de pintura.

