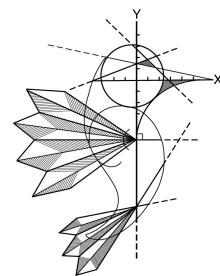


OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ



★ PRIMERA ETAPA CLASIFICATORIA ★

Solución por Ing. Álvaro Elizondo Montoya

Nombre completo del estudiante: _____

Nombre de la Escuela: _____

INSTRUCCIONES GENERALES: Esta prueba tiene dos partes, la primera parte consiste en una sección de selección única y una segunda parte que consiste en dos problemas proceso. Las respuestas de selección única deben transcribirse a la hoja de respuestas provista para estos efectos.

SELECCIÓN ÚNICA:

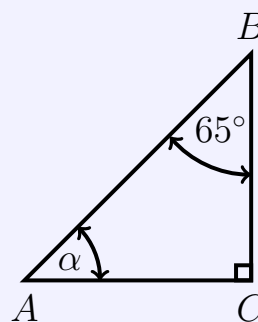
Solamente se tomarán en cuenta las respuestas que usted presente llenando el formulario que se suministra para ese fin. [puntuación máxima: 20 puntos]

Problema 1

De acuerdo con la figura.

¿Cuál es la medida del ángulo α ?

- a) 25°
- b) 15°
- c) 35°
- d) 45°



Solución:

La suma de las medidas de los ángulos agudos en un triángulo rectángulo son complementarios (suman 90°), luego, $\alpha = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

Problema 2

¿Cuál de los siguientes números es el menor?

- a) 0.0408
- b) 0.4008
- c) 0.048
- d) 0.04008

Solucion:

Coloquemos las cantidades en casillas de valor:

Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas	Diez milésimas	Cien milésimas
0	0	4	0	8	
0	4	0	0	8	
0	0	4	8		
0	0	4	0	0	8

Es claro que la menor de las cantidades es 0.04008

Problema 3

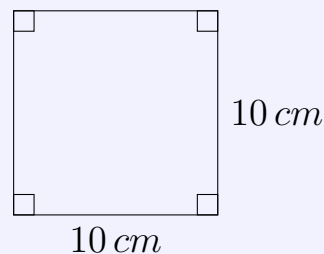
El perímetro de un cuadrado es 40 cm . Su área en cm^2 corresponde a

- a) 1600
- b) 80
- c) 200
- d) 100

Solucion:

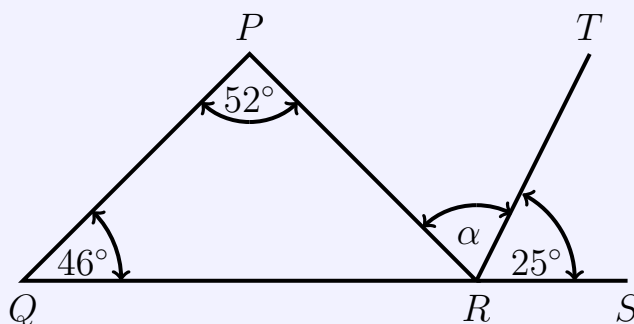
Si el perímetro es 40 cm , entonces el lado del cuadrado mide $40\text{ cm} \div 4$, es decir 10 cm . El área del cuadrado es:

$$A_{\square} = \ell \times \ell = 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 100\text{ cm}^2$$



Problema 4

Considere la siguiente figura:



Si Q , R y S son puntos que pertenecen a un mismo segmento. ¿Cuál es la medida del ángulo α ?

a) 52°

b) 73°

c) 83°

d) 98°

Solución:

Sabemos que la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180° , por ello, la medida del ángulo $\angle PRQ$, se puede determinar calculando:

$$m\angle PRQ = 180^\circ - 52^\circ - 46^\circ = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ$$

Luego, se observa el ángulo llano $\angle SRQ$, este mide 180° , por ello:

$$m\angle \alpha = 180^\circ - 25^\circ - 82^\circ = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$$

Problema 5

El valor de $\frac{2}{\frac{7}{2}}$ corresponde a

a) $\frac{6}{7}$

b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{4}{7}$

d) $\frac{3}{7}$

Solución:

Realizamos: $\frac{2}{1} \div \frac{7}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{7} = \frac{2 \times 2}{1 \times 7} = \frac{4}{7}$

Problema 6

Andrés cuenta hacia atrás de 22 en 22 empezando en 2022 de modo que menciona los números 2022, 2000, 1978, ..., por lo tanto, uno de los números de la sucesión que nombrará Andrés corresponde a

a) 568

b) 569

c)

d) 571

Solución:

Es claro que si se inicia con la cantidad 2022 (que es par) y se va restando de él 22 (también par) de forma reiterada, la respuesta debe corresponder a un número par, por ello, al observar las opciones vemos que solo es posible que la respuesta sea 570 o bien 568, asumamos que la respuesta es 570, luego, de ser esta la respuesta, la diferencia entre 2022 y 570 debe ser divisible entre 22, veamos: $2022 - 570$ es 1452, este número es divisible entre 11 y a la vez es divisible entre 2, luego es divisible entre 22. Por ello la respuesta debe ser 570.

Problema 7

Una llave de un tanque gotea a razón de una gota por segundo. Se requieren de 6000 de esas gotas para llenar un frasco que tiene una capacidad de 100 mililitros, la cantidad de litros de agua que se desperdician durante 300 días es

a)

b) 43200 ℓ

c) 432000 ℓ

d) 4320 ℓ

Solución:

$$300 d = 300 \times 24 \times 60 \times 60 s = 6000 s \times [3 \times 24 \times 60] = 6000 s \times 4320$$

Luego la cantidad de litros de agua deben ser

$$4320 \times 0.1 \ell = 432 \ell$$

Problema 8

Siete naranjas pesan lo mismo que cuatro mangos. Cinco guayabas pesan lo mismo que seis mangos. Si n , m y g son los pesos en gramos de una naranja, un mango y una guayaba respectivamente, entonces se cumple que

a) $n < m < g$

b) $g < n < m$

c) $n < g < m$

d) $m < n < g$

Solución:

Metodo 1.

- Si 7 naranjas pesan lo mismo que 4 mangos, quiere decir que una sola naranja pesa 7 veces menos que 4 mangos, es decir, cada naranja pesa $\frac{4}{7}$ de un mango.
- Si 5 guayabas pesan lo mismo que 6 mangos, quiere decir que una sola guayaba pesa 5 veces menos que 6 mangos, es decir, cada guayaba pesa $\frac{6}{5}$ de un mango.
- Como la naranja pesa una fracción propia de lo que pesa un mango, quiere decir que la naranja pesa menos que un mango y como la guayaba pesa una fracción impropia de lo que pesa un mango, quiere decir que una guayaba pesa más que un mango, de lo anterior se deduce que: $n < m < g$

Metodo 2.

Si 7 naranjas pesan lo que 4 mangos, entonces 21 naranjas pesan lo que 12 mangos. Como 5 guayabas pesan lo que 6 mangos, entonces 10 guayabas pesan lo que 12 mangos. Se deduce que las naranjas deben pesar menos que los mangos y que las guayabas deben pesar más que los mangos, así, $n < m < g$.

Problema 9

Ocho jóvenes, por turno, reciben un confite. Cuando cada uno tiene 18 confites ya no se pueden seguir repartiendo equitativamente, pero sobran confites. El número de confites que se tenían que repartir puede ser de

- a) 101
- b) 136
- c) 144
- d) ☒ 151

Solución:

El número de confites que se repartieron debe ser mayor a 8×18 pero menor a 9×18 , es decir, la cantidad buscada debe estar entre 144 y 162, sin llegar a ser igual a estas cantidades. La única posible de entre las opciones es la opción d.

Problema 10

Hoy Marcela tiene 21 años y su edad es el triple de la edad de su prima Patricia. ¿En cuál año nació Patricia?

- a) 2017
- b) ☒ 2015
- c) 2018
- d) 2016

Solución:

La edad de Patricia debe ser la tercera parte de la edad de Marcela, luego Patricia tiene $21 \text{ años} \div 3$, es decir de 7 años. Como estamos en el año 2022, Patricia tuvo que nacer hace 7 años, es decir, en el año 2015.

Problema 11

En un triángulo isósceles uno de sus ángulos internos mide 22° ¿Cuántos grados mide otro de sus ángulos internos?

- a) 78°
- b) 80°
- c) 136°
- d) 158°

Solución:

En un triángulo isósceles un ángulo interno corresponde a un ángulo de la base o bien al ángulo del ápice.

Si el ángulo de 22° es el del ápice, entonces cada uno de los ángulos de la base miden: $(180^\circ - 22^\circ) \div 2$, es decir 79° . Ahora bien, si el ángulo dado es de la base, habrá otro ángulo de 22° , y el ángulo del ápice mediría : $180^\circ - 22^\circ - 22^\circ$, es decir 136°

Problema 12

Eduardo sumó el área de las piezas “cuatro” y “siete” del soma de Piet Hein y obtuvo como resultado

- a) 36 cm^2
- b) 18 cm^2
- c) 24 cm^2
- d) 12 cm^2

Solución:

Todas las piezas del soma tienen área 18 cm^2 , excepto la pieza 1 cuya área es 14 cm^2 (Puedes verificarlo haciendo el conteo de las áreas.). Luego la suma de las áreas de la piezas “cuatro” y “siete” es $18 \text{ cm}^2 + 18 \text{ cm}^2$, es decir 36 cm^2 .

Problema 13

Daryan contó los vértices de las piezas “uno” y “tres” del soma de Piet Hein y luego sumó los cuadrados de esos números y obtuvo

a) 774

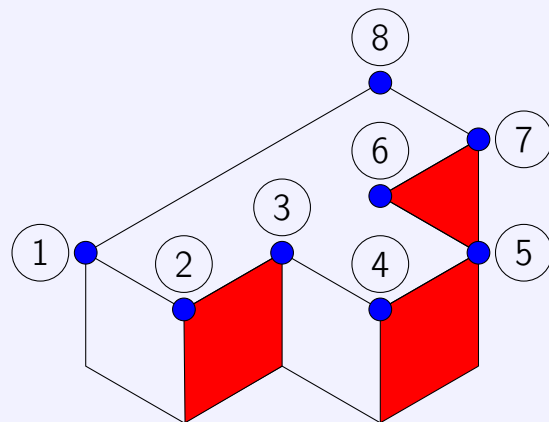
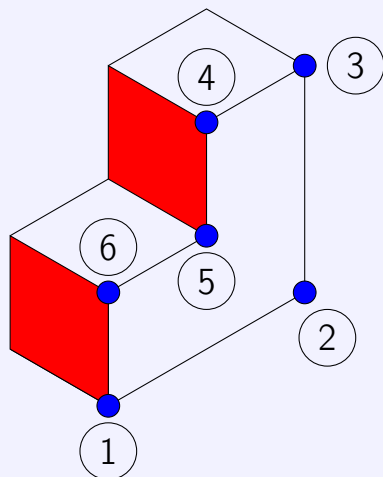
b)

c) 56

d) 784

Solución:

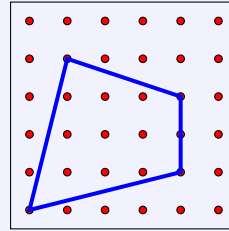
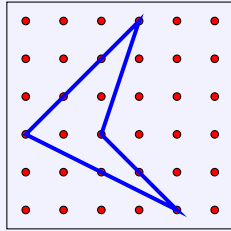
Considere las siguientes imágenes de las piezas 1 y 3.



- En la pieza “uno” se cuentan 6 vértices en la cara frontal, considerando los otros 6 vértices de la cara posterior, serían 12 vértices en total.
- Como se puede apreciar, se cuentan 8 vértices en la parte superior de la pieza “tres”, considerando los otros 8 vértices de la parte inferior, la pieza “tres” debe tener 16 vértices.
- Basta calcular: $12^2 + 16^2 = 12 \times 12 + 16 \times 16 = 144 + 256 = 400$

Problema 14

Considere los siguientes cuadriláteros:



Si estos dos cuadriláteros se construyeran en un mismo geoplano, ¿cuántos puntos en común tienen?

a) Dos

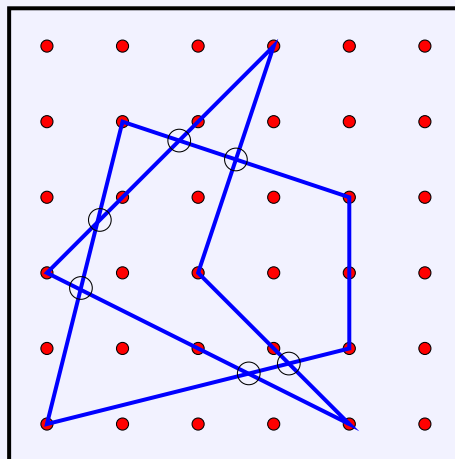
b)

c) Diez

d) Uno

Solución:

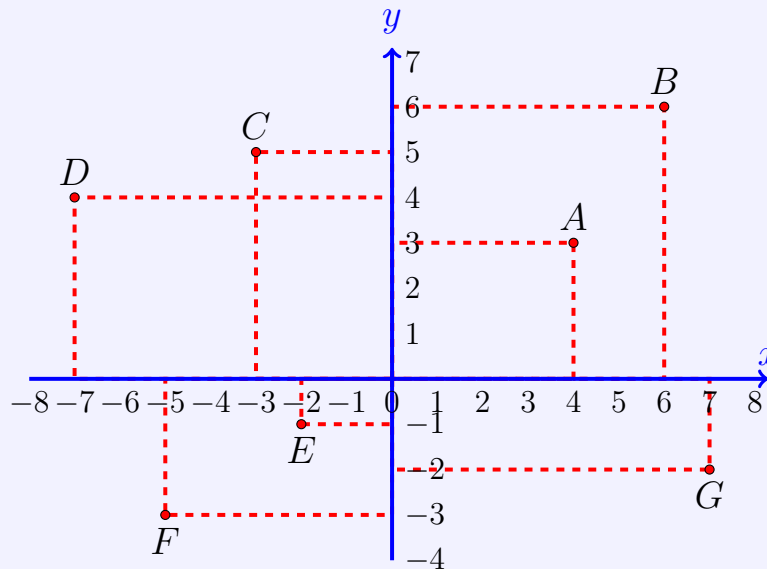
Los dos cuadriláteros representados en un mismo geoplano se observan así:



Se pueden contar en total 6 puntos de intersección.

Problemas 15-16-17-18

Considere el siguiente plano cartesiano:



15. Al sumar todas las coordenadas de los puntos mostrados en el plano de coordenadas se obtiene como resultado

a) -8 b) 22 c) -23 d) 12

Solución:

Las coordenadas de los puntos dados son: $A(4, 3)$, $B(6, 6)$, $C(-3, 5)$, $D(-7, 4)$, $E(-2, -1)$, $F(-5, -3)$ y $G(7, -2)$.

La suma de las coordenadas es:

$$4 + 3 + 6 + 6 + (-3) + 5 + (-7) + 4 + (-2) + (-1) + (-5) + (-3) + 7 + (-2)$$

Cancelando cantidades convenientemente, se tiene:

$$\cancel{4} + \cancel{3} + 6 + 6 + \cancel{-3} + \cancel{5} + \cancel{-7} + \cancel{4} + \cancel{-2} + \cancel{-1} + \cancel{-5} + \cancel{-3} + 7 + \cancel{-2}$$

Luego, la suma equivale a $6 + 6$, es decir 12.

Problemas 15-16-17-18

16. ¿En cuál punto se obtiene el mayor producto de las coordenadas?

- a) F b) B c) G d) E

Solución:

El mayor producto está relacionado con el rectángulo más grande (en área) que se pueda observar en el primero o tercer cuadrante, es claro que el rectángulo más grande(en área) es el que tiene por vértice a $B(6,6)$, luego el mayor producto es 6×6 , es decir, 36.

17. ¿En cuál punto se obtiene el menor producto de las coordenadas?

- a) D b) A c) E d) C

Solución:

Dado que ningún punto se haya sobre algún eje, el menor producto estaría relacionado con el rectángulo más grande(en área) que se pueda observar en el segundo o cuarto cuadrante, es claro que el rectángulo más grande(en área) es el que tiene por vértice a $D(-7,-4)$, luego el mayor producto es 7×-4 , es decir, -28 .

18. ¿Cuál es el cociente entre el producto de las coordenadas del punto C y el punto F ?

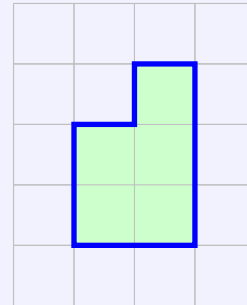
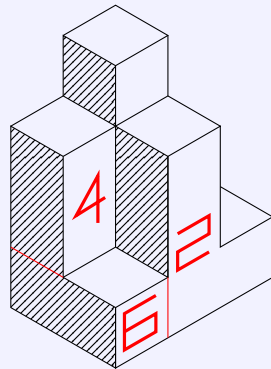
- a) -14 b) 18 c) -1 d) 3

Solución:

El producto de las coordenadas del punto C es -3×5 , es decir -15 , el producto de las coordenadas del punto F es -5×-3 , es decir 15 , luego el cociente es $-15 \div 15$, lo que nos da -1 .

Problema 19

Un alumno de sexto grado construyó este cuerpo sólido con las piezas 2, 4 y 6 de su cubo Soma de Piet Hein. Luego dibujó su “mapa” como se muestra en la figura.



La suma de los números del mapa corresponde a

a) 10

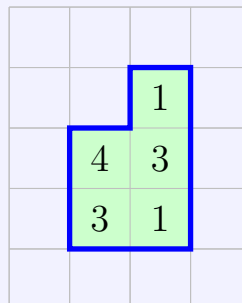
b) 11

c) 12

d) 13

Solución:

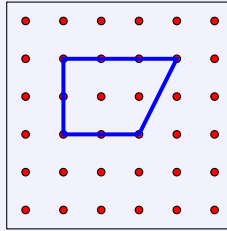
El mapa queda así:



La suma corresponde a $1 + 4 + 3 + 3 + 1$, es decir 12.

Problema 20

Considere el siguiente polígono construido en un geoplano.

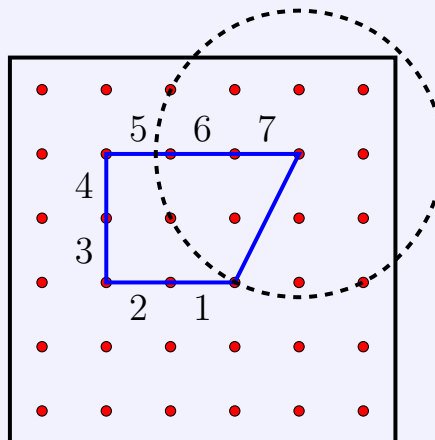


¿Cómo se llama el polígono y qué se puede afirmar sobre su perímetro?

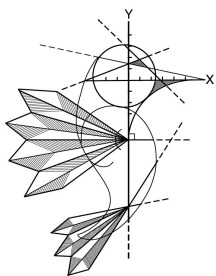
- a) Trapezoide de $9u$ de perímetro.
- b) Trapecio de perímetro mayor a $9u$
- c) Trapezoide de perímetro menor a $9u$
- d) Trapecio de perímetro menor a $9u$

Solución:

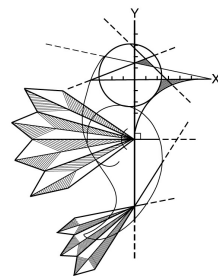
- La figura es un cuadrilátero y solo dos de sus lados opuestos son paralelos, luego el polígono corresponde a un trapecio.
- Analicemos el perímetro con la siguiente figura:



La medida del lado oblicuo del trapecio debe medir más de 2 unidades, por ello, como los restantes lados miden 7 unidades, el perímetro debe medir más de 9 unidades.



OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ



★ PRIMERA ETAPA CLASIFICATORIA ★

Nombre completo del estudiante: _____

Nombre de la Escuela: _____

INSTRUCCIONES GENERALES: Una respuesta correcta que no venga acompañada de los procesos matemáticos que muestren la solución del ejercicio, así como los dibujos realizados sin regla se les asignará cero puntos.

PROBLEMA 1:

Valor: 10 puntos

La computadora de Roberto tiene el siguiente juego. Inicialmente aparece un número en la pantalla. Roberto puede apretar la tecla A , que le resta 2 al número de la pantalla; o la tecla B , que divide el número de la pantalla por 2. Roberto gana el juego si consigue, con una secuencia de tecla A y B , obtener el 0 (cero), en la pantalla.

Indica una secuencia ganadora para cada uno de los siguientes números: 32 y 58.

Solución:

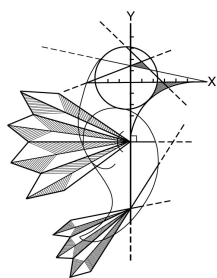
Para alcanzar el cero una vez aplicada la secuencia A y B , debe suceder lo siguiente:

$$Cantidad \xrightarrow{A} Cantidad - 2 \xrightarrow{B} (Cantidad - 2) \div 2$$

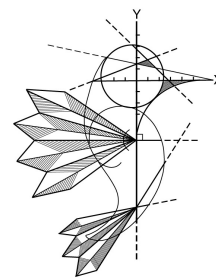
Para que este último resultado sea cero, es necesario que la $Cantidad$ valga 2, por ello la estrategia es alcanzar un valor 2. Luego, se podría hacer:

$$32 \xrightarrow{B} 16 \xrightarrow{B} 8 \xrightarrow{B} 4 \xrightarrow{B} 2 \xrightarrow{A} 0 \xrightarrow{B} 0$$

$$58 \xrightarrow{A} 56 \xrightarrow{A} 54 \xrightarrow{A} 52 \xrightarrow{A} 50 \xrightarrow{A} 48 \xrightarrow{B} 24 \xrightarrow{B} 12 \xrightarrow{B} 6 \xrightarrow{A} 4 \xrightarrow{A} 2 \xrightarrow{A} 0 \xrightarrow{B} 0$$



OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ



★ PRIMERA ETAPA CLASIFICATORIA ★

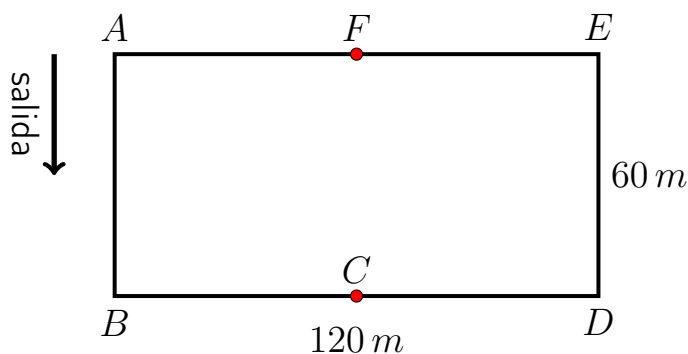
Nombre completo del estudiante: _____

Nombre de la Escuela: _____

PROBLEMA 2:

Valor: 10 puntos

Una tortuga camina a razón de 60 metros por hora y una lagartija lo hace a razón de 240 metros por hora. Ambas parten con la misma dirección desde el vértice A de una pista rectangular de 120 metros de largo y 60 metros de ancho, como lo indica la figura. La lagartija tiene por costumbre avanzar dos lados consecutivos de la pista, retroceder uno, volver a avanzar dos, volver a retroceder uno y así sucesivamente. ¿Cuántas veces y entre cuáles puntos consecutivos se encuentran la tortuga y la lagartija mientras la tortuga completa su primera vuelta?

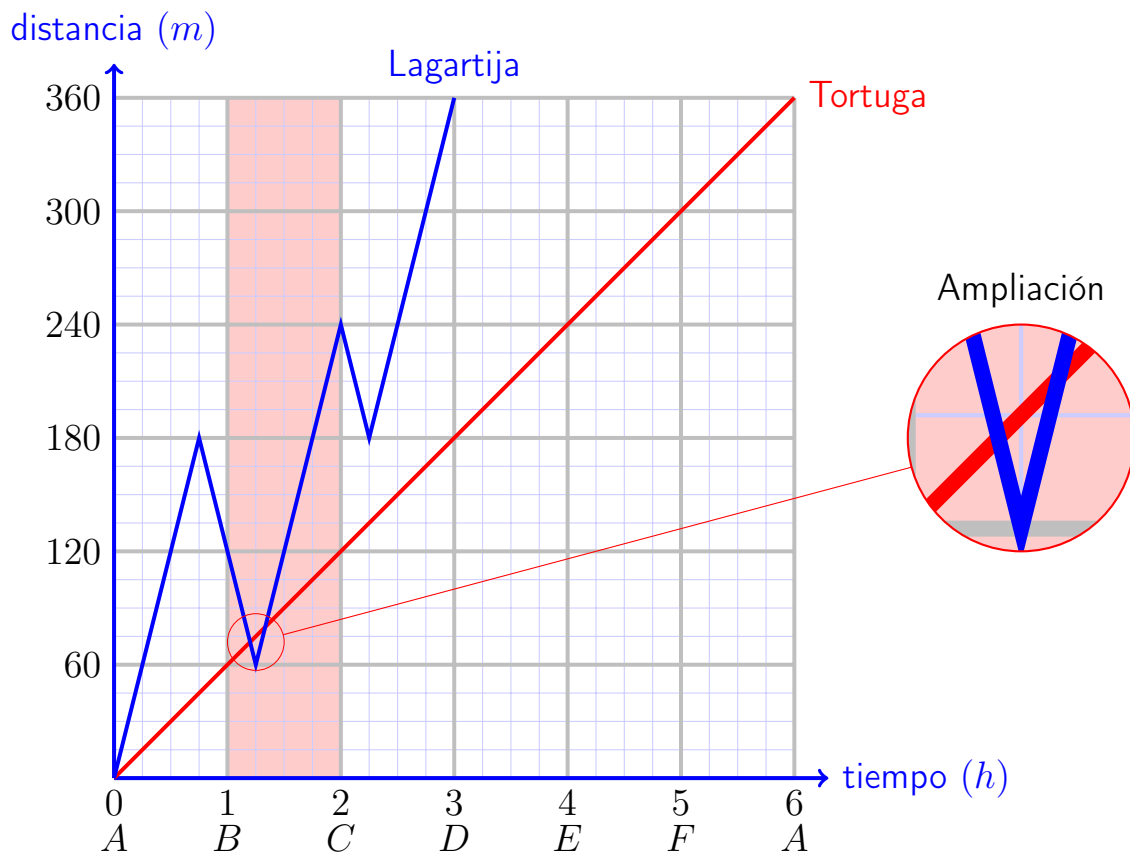


NOTA: Los puntos C y F son puntos medios de los largos del rectángulo.

Solución:

Este problema puede resolverse de varias maneras, aquí solo se presenta una de las posibles formas para alcanzar la solución.

La tortuga avanza a razón de 60 m cada hora, mientras que la lagartija se mueve a razón de 240 m por cada hora, o de forma equivalente, se mueve a razón de 60 m por cada cuarto de hora.



Se puede apreciar como entre los puntos B y C la lagartija se encuentra con la tortuga en dos ocasiones.

★ Fin del solucionario ★

