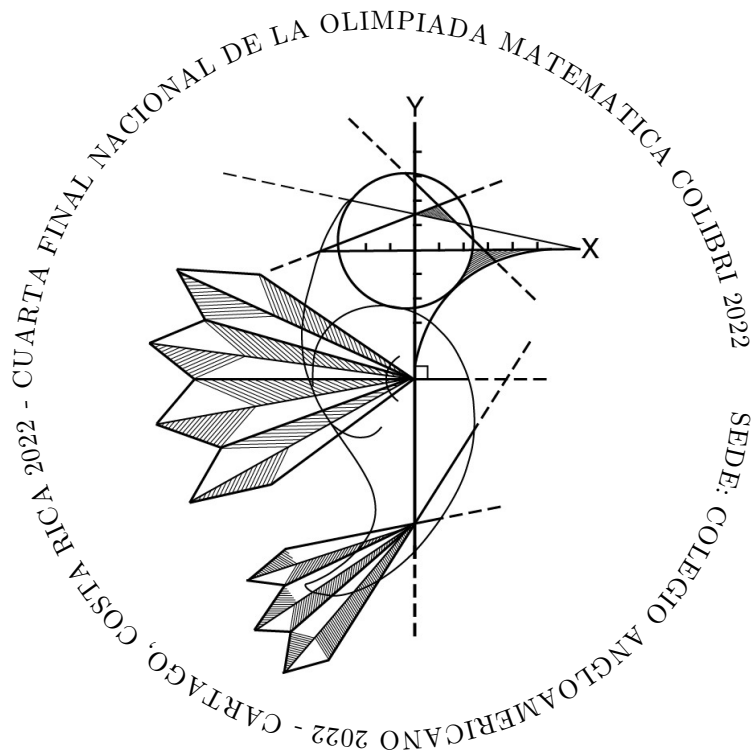


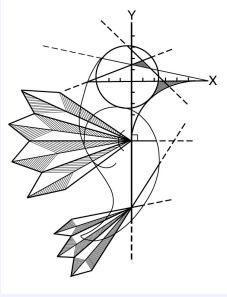
FINAL NACIONAL DE LA IV EDICIÓN DE LA OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ



SOLUCIONARIO

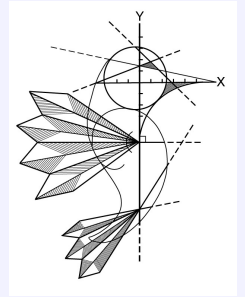
SEDE: COLEGIO ANGLOAMERICANO

★ 26 de noviembre del 2022 ★



OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ

★ FINAL NACIONAL 2022 ★



★ Nombre y apellidos: _____

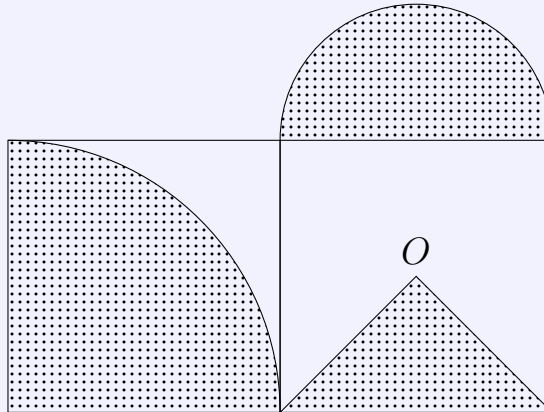
★ Nombre de la escuela: _____

NOTA: En las preguntas de la final de la Olimpiada Matemática Colibrí del año 2022, debe explicar todos los pasos de la resolución que usted da en los problemas propuestos. Una respuesta correcta que no venga acompañada de los procesos matemáticos que muestren la resolución del ejercicio, así como un dibujo hecho sin regla, obtendrá cero puntos.

Problema 1

[10 puntos]

Considere la siguiente figura en la que el punto O es centro de uno de los cuadrados:



Esta figura está formada por dos cuadrados congruentes, el área de estos cuadrados es 288 cm^2 . Hay tres figuras destacadas mediante regiones de puntos.

- Calcule el área destacada. (Deje la respuesta en términos de π , es decir, no de la respuesta con decimales.)
- Calcule el porcentaje de área de los dos cuadrados que no está destacada.

Solución:

$$a) A_{\square} = \frac{288}{2} = 144 \Rightarrow \ell_{\square} = 12$$

$$b) A_{\circ_4} = \frac{1}{4} \times \pi \times r \times r = \frac{1}{4} \times \pi \times 12 \times 12 = 36\pi$$

$$c) A_{\triangle} = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$$

$$d) A_{\circ_2} = \frac{1}{2} \times \pi \times r \times r = \frac{1}{2} \times \pi \times 6 \times 6 = 18\pi$$

$$e) \text{ El área buscada es: } A = 36\pi + 18\pi + 36 = (54\pi + 36) \text{ cm}^2$$

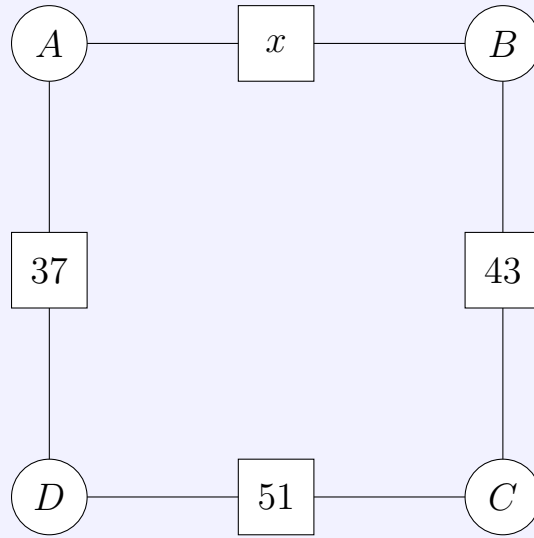
f) El porcentaje de los dos cuadrados que no está destacado corresponde a:

$$\begin{aligned} \text{Porcentaje} &= \frac{144 - 36\pi + 144 - 36}{288} \times 100\% \\ &= \frac{252 - 36\pi}{288} \times 100\% \\ &\approx \frac{252 - 36 \times 3.14}{288} \times 100\% \\ &\approx \frac{252 - 113.04}{288} \times 100\% \\ &\approx \frac{138.96}{288} \times 100\% \\ &\approx 0.4825 \times 100\% \\ &\approx 48.25\% \end{aligned}$$

Problema 2

[10 puntos]

Considere el siguiente "cuadrado":

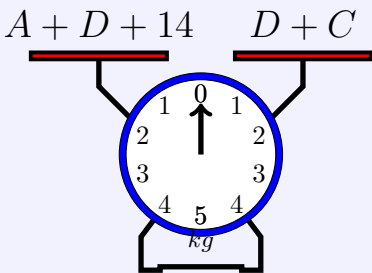


En cada vértice del "cuadrado" se deben ubicar números, de manera que el número que está en la casilla a la mitad del lado del cuadrado sea igual a la suma de las cantidades colocadas en los vértices del lado del "cuadrado" que contiene a la casilla cuadrada.

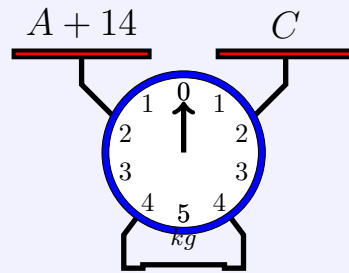
¿Cuántos posibles valores numéricos de " x " hay y cuáles son esos valores?

Solución:

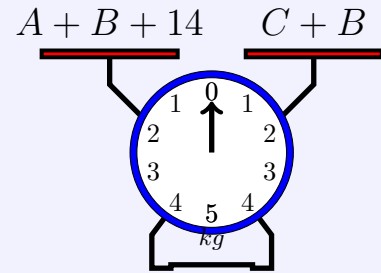
Como la diferencia entre 51 y 37 es 14, luego:



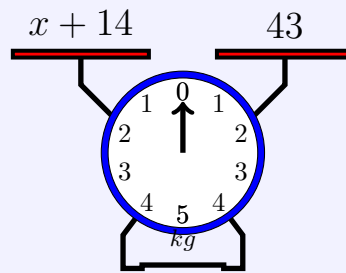
Si quitamos D de ambos lados de la balanza, obtenemos:



Si agregamos B a ambos lados de la balanza, obtenemos:



Como sabemos que $A + B = x$ y que $C + B$ es 43, entonces:



Fácilmente podemos concluir que $x = 43 - 14 = 29$

Del proceso se deduce que $x = 29$ es la única solución.

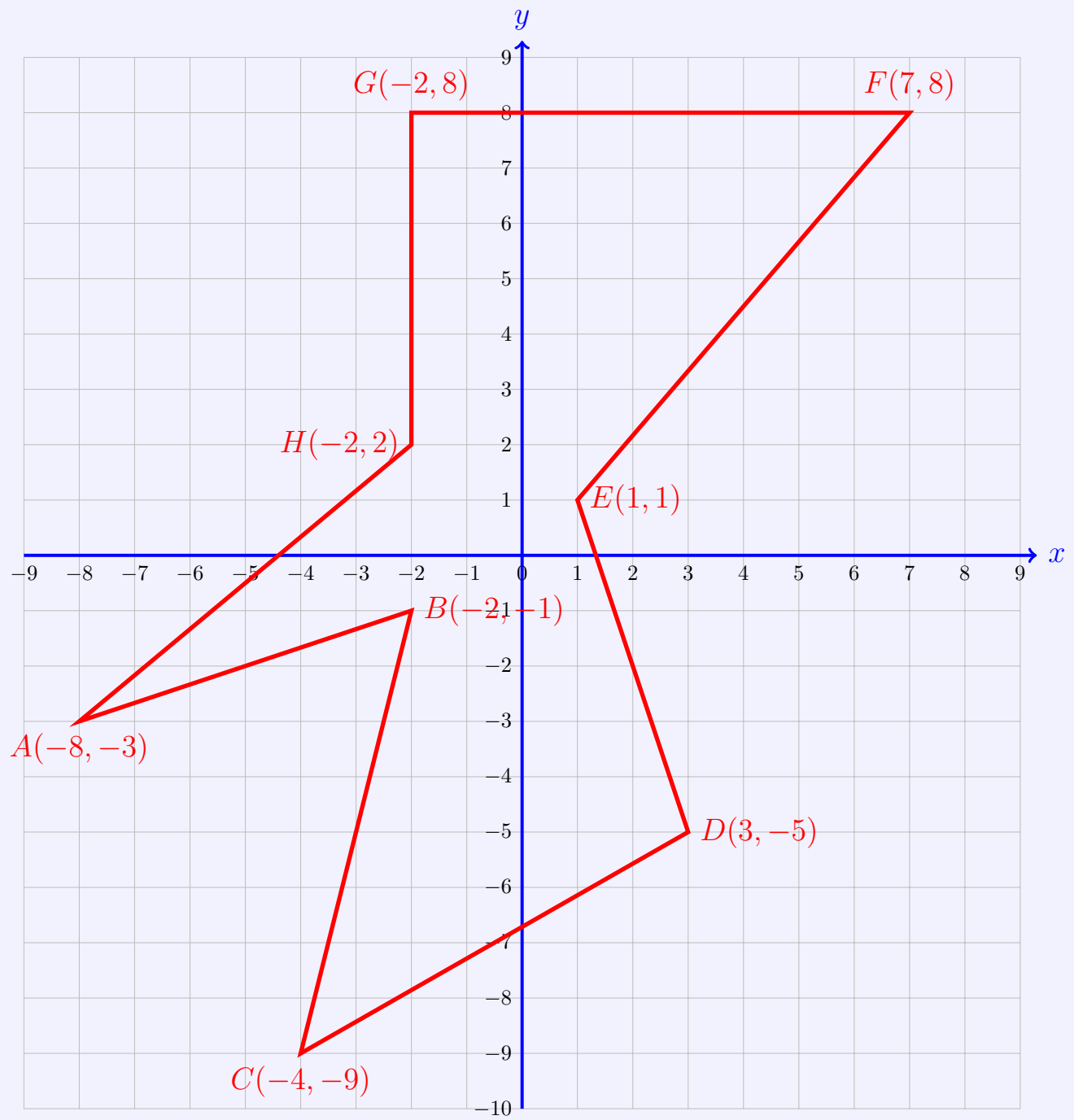
Problema 3

[10 puntos]

En una expedición a las pirámides de Egipto, al excavar encontraron una máscara que según el arqueólogo de esta expedición representaba a un zopilote. Un matemático, que iba en la expedición tomó un sistema de ejes de coordenados como base para representar la máscara y dió varias características para poder dibujar la preciada joya egipcia. Siguiendo las pistas, descubre la forma de la máscara, sabiendo que los vértices del polígono $ABCDEFGH$ que representa al zopilote satisfacen:

- a) F y G tienen la misma ordenada.
- b) La abscisa de B es $-|46 - 22 \cdot 2|$.
- c) La ordenada de D es igual a $-85 + 44 \cdot 2 - 8$.
- d) La abscisa y la ordenada de E son iguales.
- e) A tiene como ordenada -3 y como abscisa -8 .
- f) La ordenada de G es la sexta parte de la siguiente suma $\frac{128}{2} - \frac{32}{2}$.
- g) El punto B tiene como ordenada el 50 % de su abscisa.
- h) La abscisa de F es igual al número de piezas del soma usado en la Olimpiada Colibrí.
- i) La abscisa de C es la suma de las unidades y decenas del año en que estamos multiplicado por -1 .
- j) La ordenada de C es igual al resultado de la siguiente operación:
 $[(1235 - 65) + 56 \cdot 123]^0 \cdot (-9)$
- k) La abscisa de G y H se obtiene al hacer el producto de las coordenadas de F y restándole el producto de las coordenadas de C y este resultado se divide por -10 .
- l) La abscisa y ordenada de E es el valor absoluto de la ordenada de B .
- m) La ordenada de H es el 25 % de la ordenada de F .
- n) La abscisa de D es el valor absoluto de la tercera parte de la ordenada de C .

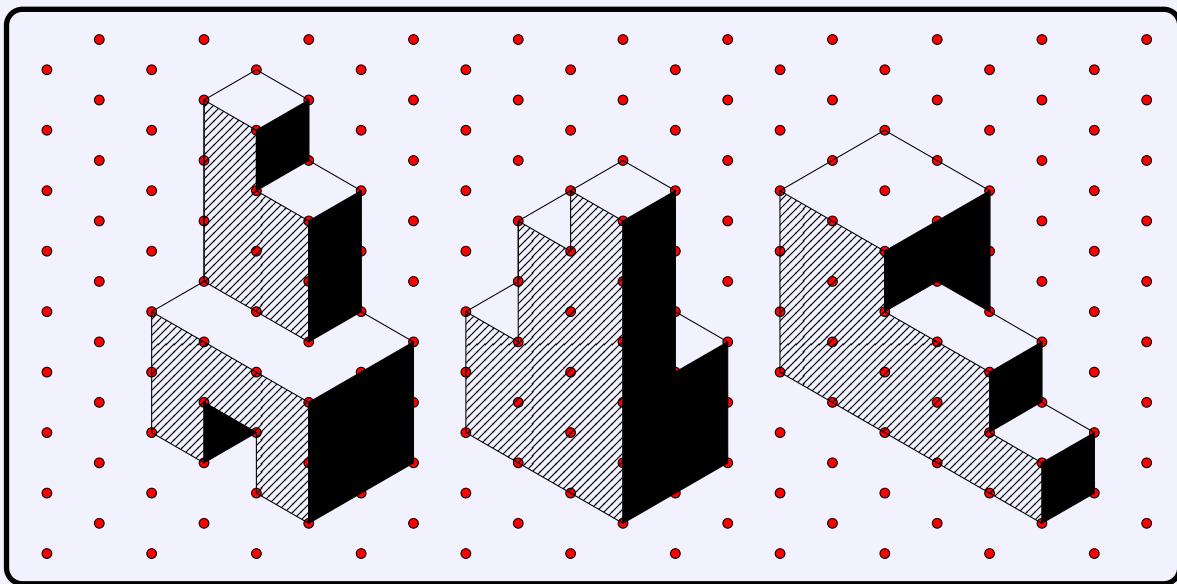
Solución:



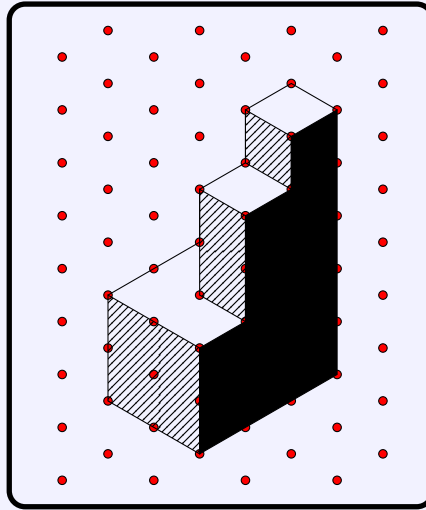
Problema 4

[10 puntos]

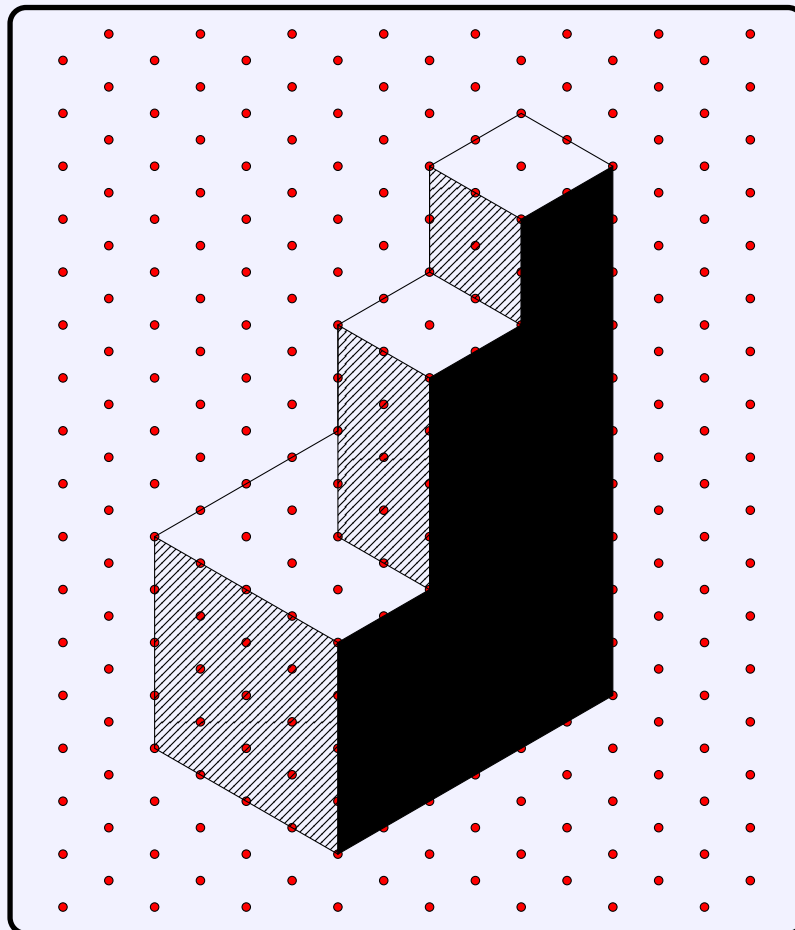
Adriana y Ricardo construyeron un cuerpo sólido empleando las piezas “dos”, “tres”, “cuatro” y “siete” del soma. Se muestran a continuación tres vistas distintas e isométricas de este cuerpo. Construya usted este cuerpo sólido usando su soma, y luego en la hoja de puntos, dibuje una vista a escala natural o sin ampliar y esa misma vista dibújela ampliada, no puede usar ninguna de las tres vistas dadas como ejemplos. Debe usar el mismo código de color, superficies blancas, rayadas y negras, como en las figuras que aparecen en esta página, con el mismo patrón dado. Un punto menos por cada error cometido.



Solución: Una posible solución es:

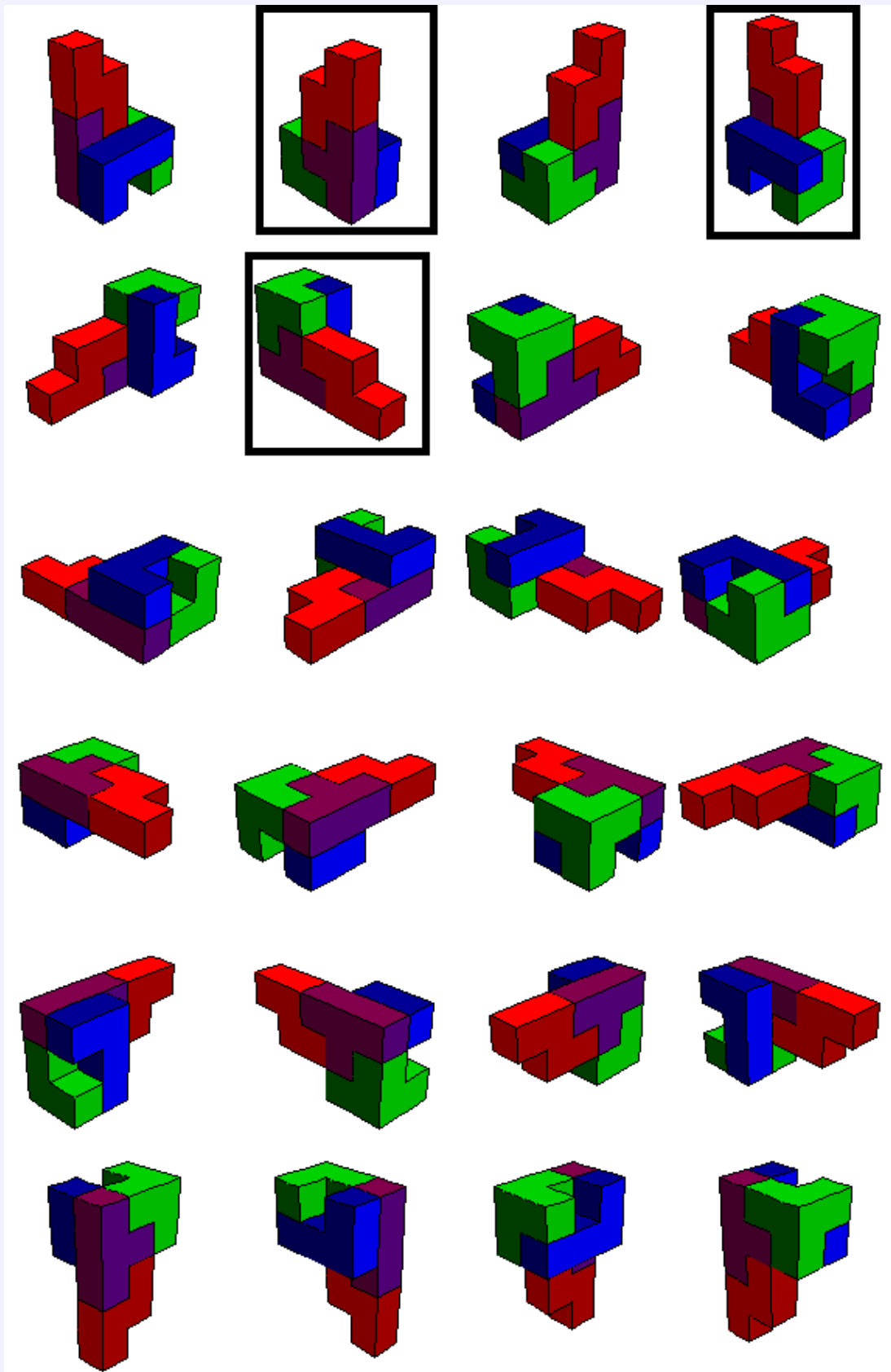


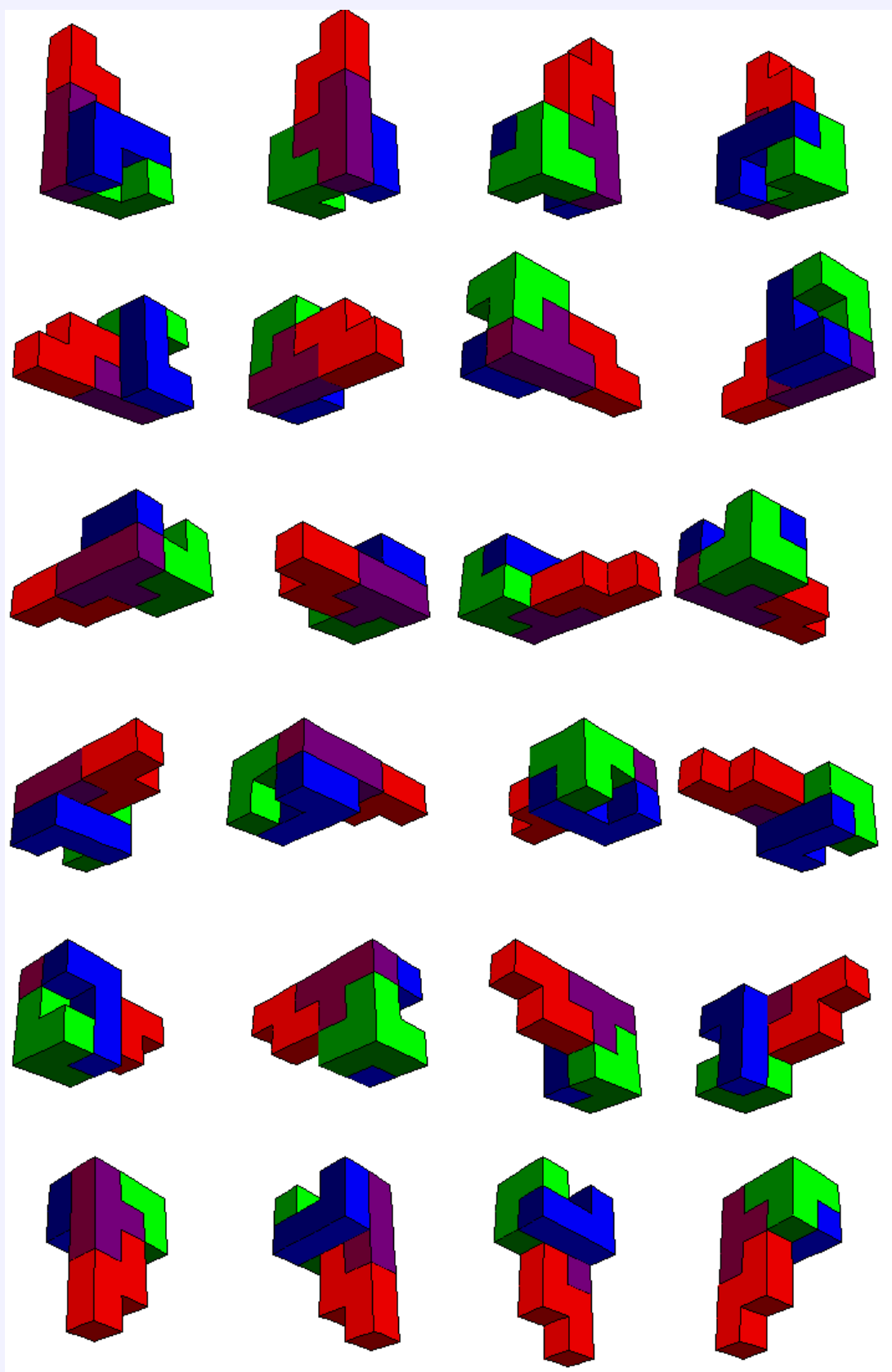
Vista isométrica en escala natural.



Vista isométrica en escala ampliada.

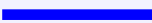
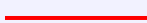
El estudiante puede seleccionar cualquiera de las siguientes vistas, excepto las que se hallan en los recuadros, pues estas son las vistas proporcionadas.

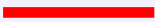




Problema 5

[10 puntos]

Utilice su geoplano para construir los tres polígonos que usted llamará E , F y G . Escriba su respuesta con el uso de los siguientes tres tipos de líneas (línea gruesa , línea discontinua  y línea continua ). Use el código de línea indicado para cada polígono. Un dibujo sin el código indicado para distinguir los polígonos tendrá cero puntos. Considere las siguientes características que distinguen los polígonos mencionados anteriormente.

Polígono E . 

Es un hexágono irregular de $16 u^2$ de área.	Todo punto del interior de F pertenece al interior de E .	Tiene infinitos puntos en común con F .
Tiene exactamente dos lados horizontales.	Es un polígono cóncavo.	Tiene exactamente un lado vertical.
Tiene dos ángulos rectos.		

Polígono F . 

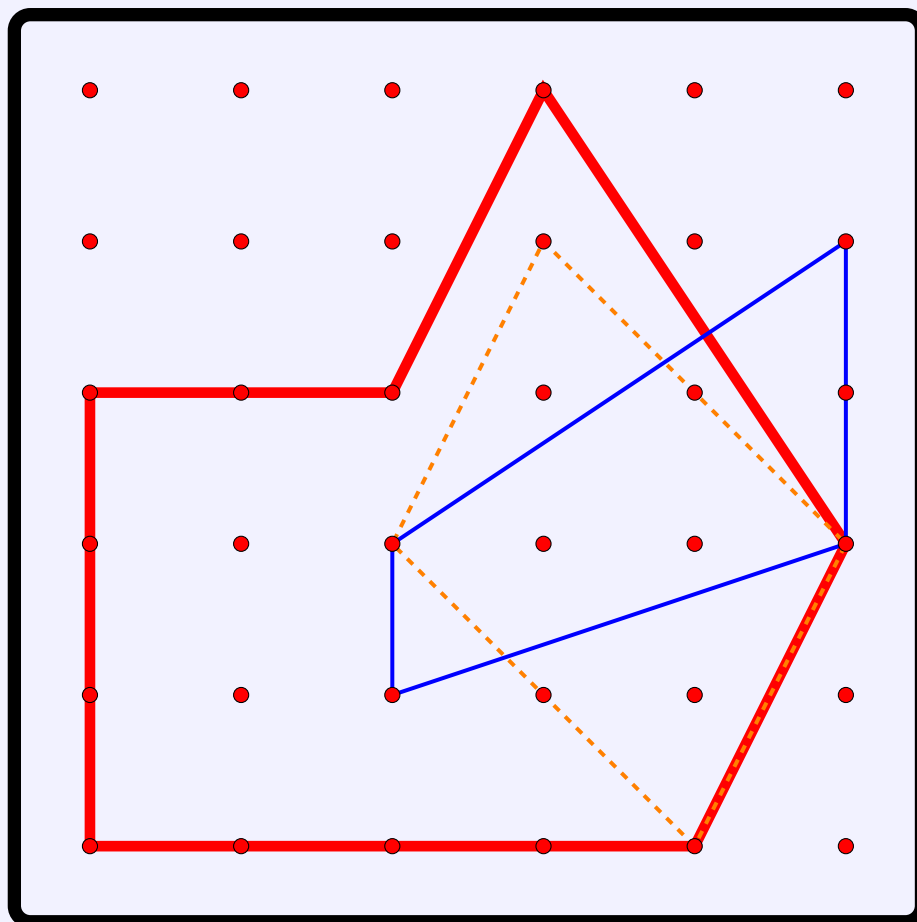
Es un cuadrilátero convexo.	No tiene lados horizontales ni verticales.	Tiene exactamente dos vértices en común con E .
Tiene exactamente dos vértices en común con G	Exactamente dos vértices de este polígono están en el exterior de G .	Tiene exactamente cuatro puntos en común con el polígono G .
Su área es $6 u^2$.		

Polígono G . 

Es un polígono de cuatro lados convexo.	Un vértice de este polígono se encuentra en el exterior de E .	Tiene un vértice común con el hexágono E
Tiene exactamente dos lados verticales.	Tiene exactamente dos vértices en el exterior del polígono F .	Una de sus diagonales tiene una medida de 3 unidades lineales.
Su área es $4.5 u^2$.		

Solución:

Esta es una posible solución:



Problema 6

[10 puntos]

Don Adrián es un agricultor de la zona de Quebrada Ganado, cerca de Orotina. Entre los cultivos que desarrolla anualmente está el melón, el cual traslada desde su finca hasta la provincia de Cartago (donde tiene sus clientes fijos para colocar su cosecha de melones). Él hace varios viajes entre su finca y la provincia de Cartago y se ha dado cuenta que le sucede lo siguiente en cada viaje que hace para entregar su producto.

- Desde que se desplaza de su finca al cantón central de Alajuela, sus melones pierden el 10 % de su peso.
- Del cantón central de Alajuela a llegar al cantón central de San José los melones pierden un $\frac{3}{50}$ del peso que tenían en Alajuela.
- Y en el último trayecto de Alajuela a Cartago pierden $\frac{1}{25}$ del peso que tenían en San José.

En el instante que el prepara su camión con el producto, para llevarlo donde sus clientes, coloca melones con un peso promedio de 500 gramos, y en su camión logra acomodar un total de 5234 melones, si vende los melones a ₡245 cada kilogramo al llegar a Cartago, ¿cuánto dinero recaudaría por la venta de estos melones?

Solución:

El peso de los melones al llegar a Cartago es de:

$$500g \times \frac{9}{10} \times \frac{47}{50} \times \frac{24}{25} = \frac{9 \times 47 \times 24}{25} g = \frac{9 \times 47 \times 24}{25 \times 1000} kg$$

El dinero recaudado es de:

$$\frac{9 \times 47 \times 24}{25 \times 1000} kg \times 5234 \times \frac{₡245}{kg} = \frac{9 \times 47 \times 24}{25 \times 1000} kg \times 2 \times 2617 \times \frac{₡49 \times 5}{kg}$$

Basta reducir:

$$₡ \frac{9 \times 47 \times 24^6}{5 \times 500^{125}} \times 2617 \times 49 = ₡ \frac{9 \times 47 \times 6}{5 \times 125} \times 2617 \times 49 = ₡ \frac{325\,455\,354}{625} \approx ₡520\,728.57$$