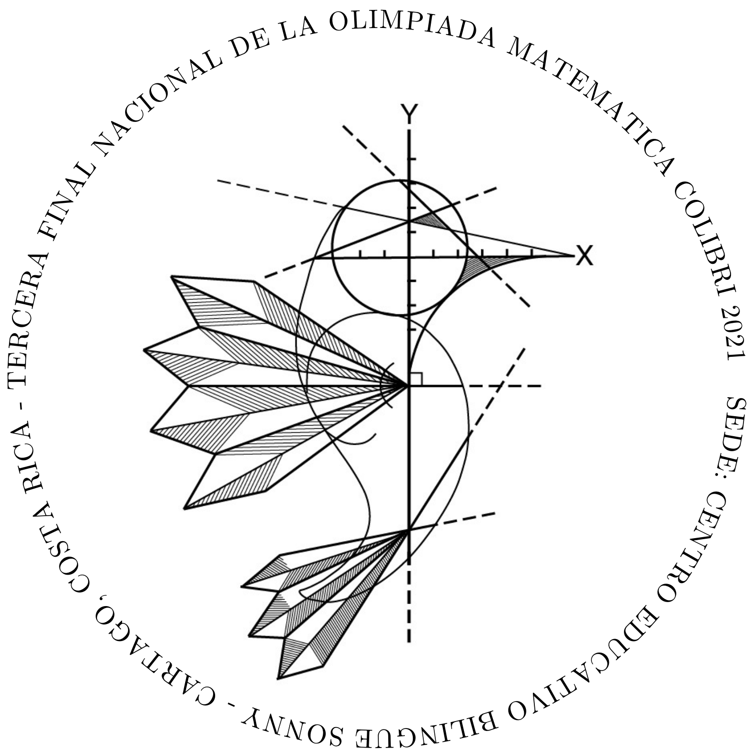
FINAL NACIONAL DE LA III EDICIÓN
DE LA OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ



SOLUCIONARIO

SEDE: CENTRO EDUCATIVO BILINGÜE SONNY

⋆ **27 de noviembre del 2021** ⋆

OLIMPIADA MATEMÁTICA COLIBRÍ

⋆ FINAL NACIONAL 2021 ⋆

⋆ Nombre y apellidos:____

⋆ Nombre de la escuela: ______________________________________

NOTA: En las preguntas de la final de la Olimpiada Matemática Colibrí del año 2021, usted debe explicar todos los pasos de la resolución que usted da en los problemas propuestos. Una respuesta correcta que no venga acompañada de los procesos matemáticos que muestren la resolución del ejercicio, así como un dibujo hecho sin regla, obtendrá cero puntos.

Problema 1 [10 puntos]

La sucesión de Fibonacci es una sucesión de números tal que los dos primeros elementos son unos, el tercer elemento es el resultado de la suma de los dos anteriores (es decir, del primero y el segundo), el cuarto elemento es el resultado de la suma de los dos anteriores (es decir, del segundo y el tercero) y así sucesivamente. Dicha serie se vería como esta:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \ldots$$

¿Cuál es el residuo si divides entre 4 el término 2021 de la sucesión?

Solución:

Completemos la siguiente tabla:

Término No.	Término	Residuo
1	1	1
2	1	1
3	2	2
4	3	3
5	5	1
6	8	0
7	13	1
8	21	1
9	34	2
10	55	3
11	89	1
12	144	0
13	233	1

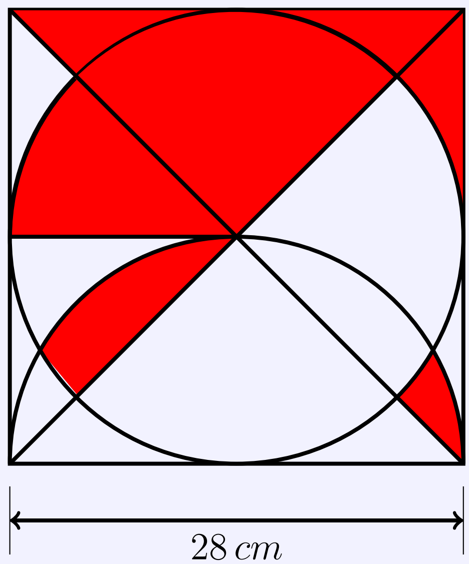
Se forma entonces una secuencia de residuos como la siguiente:

$$1, 1, 2, 3, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 0, 1, \dots$$

Se puede observar que cada seis términos se repiten los residuos, por ello, bastaría calcular el residuo al dividir $2021 \div 6$, lo cual le da 5, por ello el residuo sería el quinto término de la sucesión de residuos que es $\boxed{1}$.

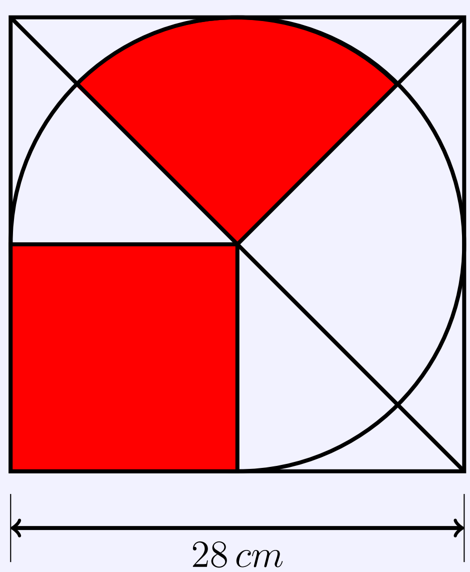
Problema 2 [10 puntos]

Si usamos el hecho de que $\pi \approx \frac{22}{7}$, determine el área que se halla destacada en el interior del cuadrado.



Solución:

Realizando movimientos de áreas, la figura se puede presentar como:



Luego el área es: $A = 14^2 + \dfrac{\frac{22}{7}\cdot 14^2}{4} = 196 + \dfrac{616}{4} = 196 + 154 = \boxed{350\,cm^2}$

Problema 3 [10 puntos]

Angélica, Berta, Camilo, Daniel y Emma juegan un torneo de ajedrez. Cada uno de los participantes se enfrenta una sola vez con cada uno de los otros cuatro jugadores. Cada jugador podrá acumular 2 puntos por partido ganado, 1 punto por partido empatado y 0 puntos por partido perdido. Al final del torneo, y obtener los puntajes finales de cada uno de los cinco participantes a saber, Angélica, Berta, Camilo, Daniel y Emma obtienen puntajes diferentes. Halle el máximo número de empates que pudo haber en el torneo y justifique por qué no puede haber un número mayor de empates.

Solución:

a) En el torneo se juegan 10 partidos en total. [1 punto]

b) Si todos los partidos terminaran empatados, los 5 jugadores terminarían con 4 puntos, pero se ha dicho que los puntajes finales deben ser diferentes, luego no es posible que hayan 10 empates. [1 punto]

c) Si hubiesen 9 empates, habría un jugador con 5 puntos, otro con 3 puntos y los tres restantes tendrían 4 puntos cada uno, luego tampoco se cumple el enunciado en esta circunstancia. [1 punto]

d) Si en el torneo hubiesen 8 empates, significa que hay dos partidos en los que hubo un ganador, ahora si los dos partidos ganados fueran del mismo jugador este obtendría 6 puntos y habrían dos jugadores con 3 puntos y dos jugadores con 4 puntos, luego, no se cumple que todos los jugadores terminan con la misma cantidad de puntos. [2 puntos]

e) Ahora bien, si los dos partidos ganados corresponden a jugadores distintos, al finalizar el torneo el jugador de mayor puntaje tendría a lo sumo 5 puntos y el de menor puntaje tendría 3 puntos, los restantes jugadores tendrían 4 puntos, así, no todos los jugadores tendrían puntajes diferentes. [2 puntos]

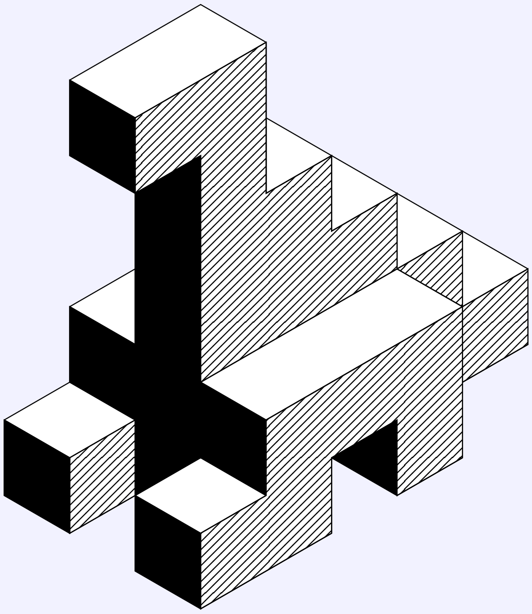
f) Si suponemos la posibilidad de 7 empates, una forma sería: [3 puntos]

Jugador	Angélica	Berta	Camilo	Daniel	Emma	Puntos
Angélica	-	1	1	2	2	6
Berta	1	-	1	1	2	5
Camilo	1	1	-	1	1	4
Daniel	0	1	1	-	1	3
Emma	0	0	1	1	-	2

Luego, la mayor cantidad de empates posibles es 7.

Problema 4 [10 puntos]

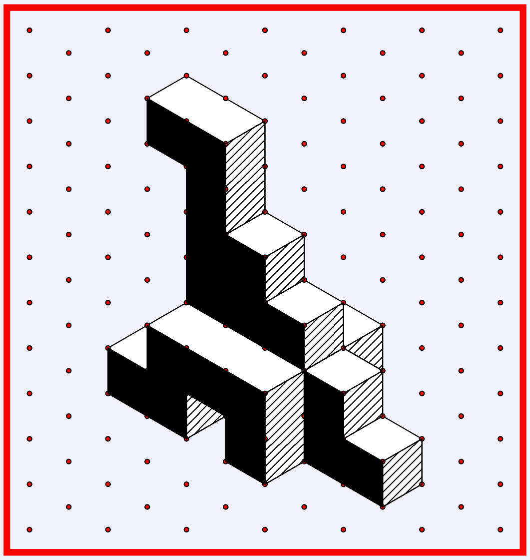
Franco y Valentina formaron un dinosaurio con las siete piezas del Soma de Piet Hein, con las piezas 1, 5, 6 y 7 formaron las patas del dinosaurio.

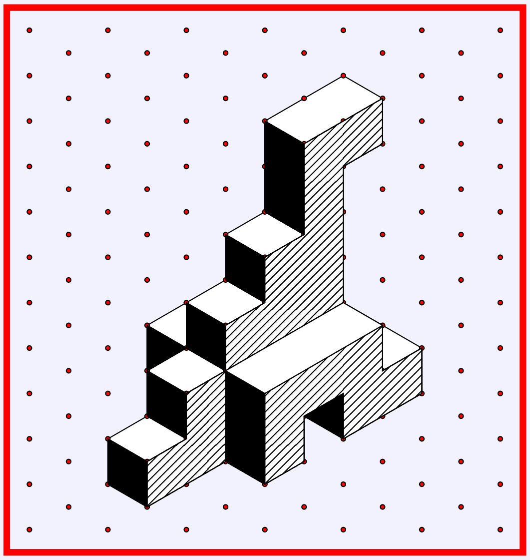


Realiza en una hoja para vistas isométricas una vista desde la parte trasera del dinosaurio.

Solución:

Las dos posibles soluciones son:





Problema 5 [10 puntos]

Utilice su geoplano para construir los tres polígonos que usted llamará E, F y G. Escriba su respuesta con el uso de los siguientes tres tipos de líneas (línea continua ,línea discontinua y línea gruesa). Use el código de línea indicado para cada polígono. Un dibujo sin el código indicado para distinguir los polígonos tendrá cero puntos. Considere las siguientes características que distinguen los polígonos mencionados anteriormente.

Polígono E

a) Es un pentágono irregular de $15,5\,u^2$ de área.

b) Tiene exactamente tres puntos en común con el polígono F.

c) Tiene un vértice en común con el polígono F.

d) Tiene exactamente un lado horizontal y otro vertical.

e) Tiene exactamente dos puntos en común con el polígono G.

Polígono F.

a) Es un cuadrilátero irregular.

b) No tiene lados horizontales.

c) Parte de su interior pertenece al polígono E.

d) Exactamente dos vértices de este polígono están en el exterior del polígono E.

e) Exactamente un vértice de este polígono está en el interior del polígono E.

f) Tiene un lado vertical.

g) Su área es $7,5\,u^2$.

Polígono G.

a) Es un polígono cóncavo de cinco lados.

b) Tiene un ángulo recto.

c) Tiene un vértice común con el polígono E.

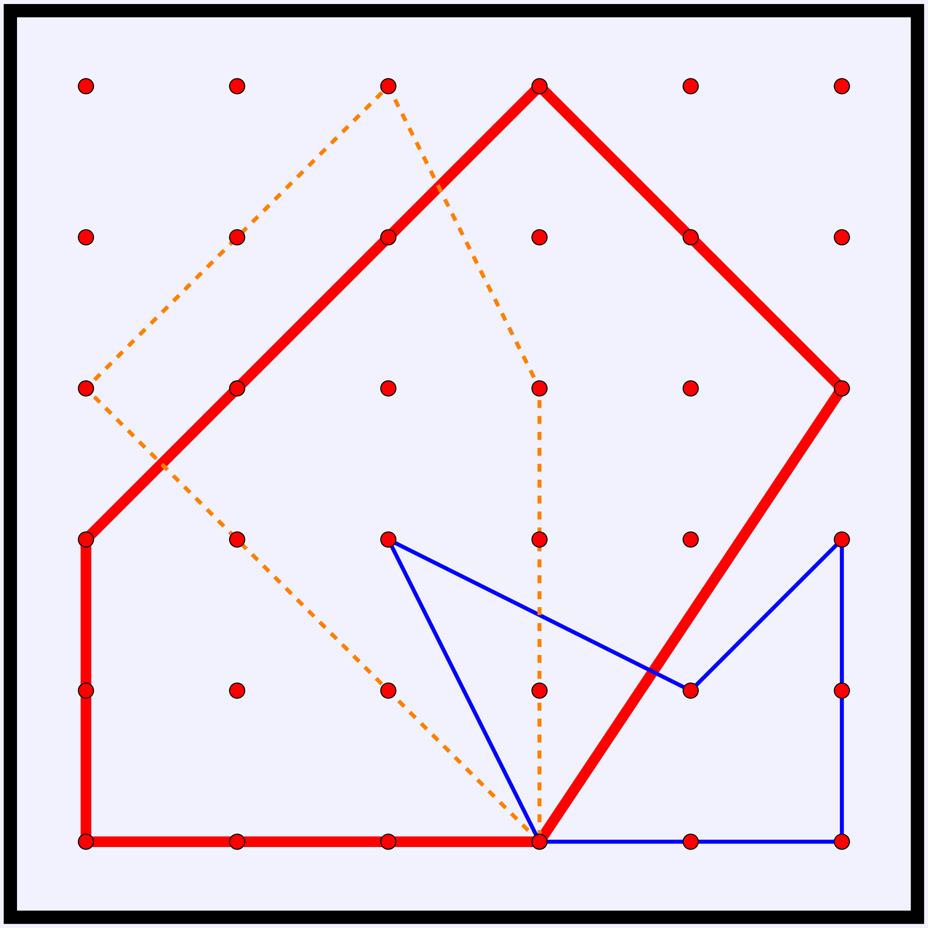
d) Tiene exactamente un mismo punto en común con el polígono E y el polígono F.

e) Tiene exactamente un vértice en el interior de los polígonos E y F.

f) Su área es $3,5\,u^2$.

Solución:

Esta es una posible solución:



Problema 6 [10 puntos]

José Daniel construyó un polígono cóncavo de seis lados en un sistema de ejes coordenados como el que se muestra en esta página y lo llamó $JKLMNO$, luego les suministro a sus compañeros una copia con las propiedades que debían cumplir los puntos coordenados que conforman los vértices de este hexágono irregular para que lo construyeran. Construye tu también dicho polígono.

a) K y O tienen la misma ordenada.

b) La abscisa de J es el único número primo par.

c) La ordenada de O es igual a $2^3 + 10 - 13$.

d) La abscisa de K es 6.

e) La ordenada de L y M son iguales.

f) La abscisa de L es la mitad de la ordenada de O más un medio.

g) El punto M tiene abscisa igual a $\frac{1}{3} - \frac{10}{3}$.

h) Si multiplicamos la abscisa de J por -3 y le sumamos 1, obtenemos la abscisa de N.

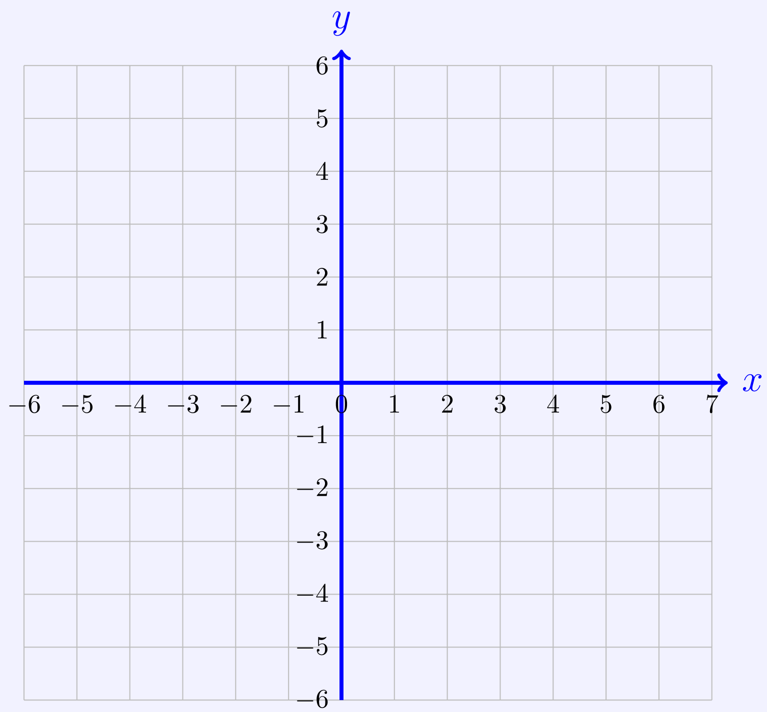
i) Si sumamos 7 a la ordenada de L y luego restamos 6 obtenemos la abscisa de M.

j) La ordenada de N es el único número que no es compuesto ni primo del siguiente conjunto $\{5, 6, 9, 1, 4\}$.

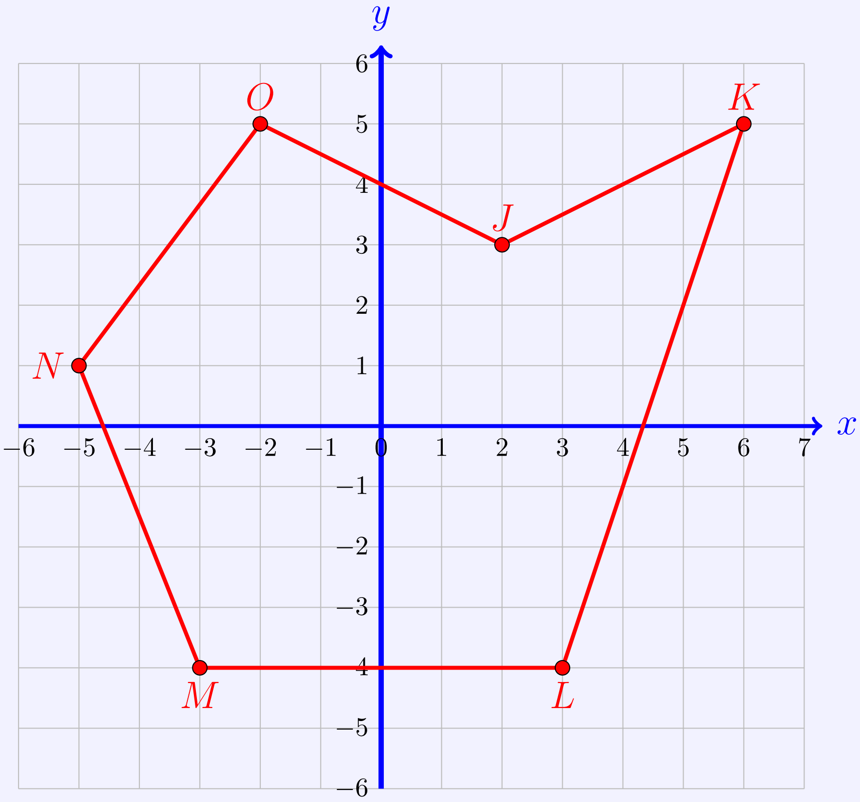
k) La ordenada de J se obtiene multiplicando las coordenadas del punto K y calculando la décima parte de ese producto.

l) La abscisa de O se obtiene dividiendo por 3 la abscisa de K y restándole a ese resultado 4.

m) El área del polígono es $66,5\,u^2$.



Solución:



⋆ Fin de la prueba ⋆

¡Gracias por tu participación!